Contractualisation vague D 2010–2013
Laboratoire de Mathématiques de Lens EA 2462
BILAN
de l'activité de recherche et des résultats obtenus par l'unité
(Partie 1 : Bilan scientifique)

MSTP : DSPT 1
CNRS : Section 01

Université d'Artois

1. Rapport scientifique depuis le 1^{er} janvier 2005

Composition

Le **Laboratoire de Mathématiques de Lens** (LML) existe comme Équipe d'Accueil (**EA 2462**) depuis 1998 (sous le nom de Laboratoire de Géométrie-Algèbre – LaboGA – en 1998–2002).

Depuis 2007 a été mis en place un Conseil de Laboratoire. Il est composé, outre le directeur de Laboratoire, de 2 membres désignés par chaque équipe (un PR et un MCF si possible), soit 9 membres. Ce conseil se réunit au moins 2 fois par an pour mettre en place la politique scientifique du laboratoire.

Le LML se compose au 1.10.2008 de :
- **7 PR**
- **10 MCF**
- **2 doctorants**

4 EC de l'équipe de didactique DIDIREM de Paris 7 sont associés au LML à partir du 1.9.2008.

Une **secrétaire** est affectée à 30% au LML par l'UFR pour la gestion financière.

Le LML se décompose en 4 équipes :
- Algèbre
- Analyse
- Didactique et Histoire des Mathématiques
- Géométrie

A. EQUIPE D'ALGÈBRE

2 PR : A. Leroy, P. Mammone
N. Karpenko (membre junior de l'IUF, a fait partie de l'équipe jusqu'en août 2006)
2 MCF : J. Burési, A. Laghribi (Habilité à diriger des recherches)
1 doctorant : J. Delenclos

Thématiques :
- Théorie algébrique des formes quadratiques :

  Théorie de déploiement des formes quadratiques.

  Isotropie des formes quadratiques et des involutions sur les corps de fonctions de quadriques.

  La descente pour les formes quadratiques.

  Le groupe de Witt non-ramifié du corps de fonctions d'une quadrique projective.
- Algèbre non commutative :

  Théorie des anneaux non commutatifs.

  Théorie des corps gauches.

  Extensions de Ore.

  Fonctions symétriques non commutatives.

  Groupes quantiques.

B. EQUIPE D'ANALYSE FONCTIONNELLE

3 PR : P. Lefèvre, D. Li, É. Matheron (recruté 2008)
1 MCF : F. Derrien
1 doctorant : R. Demazeux

Thématiques :
- Propriétés banachiques des espaces liés aux ensembles minces issus de l'Analyse Harmonique.
- Opérateurs de composition.

- Fonctions de type strictement positif sur $\mathbb{R}$.
- Dynamique des opérateurs : Hypercyclicité.
- Théorie descriptive des ensembles.
- Géométrie des espaces de Banach et Théorie des jeux infinis.

C. EQUIPE DE DIDACTIQUE ET HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES

4 MCF : F. Brechenmacher, T. de Vittori (recruté 2008), A.-C. Mathé, C. Orsola-Mangiante (recrutée 2008)

Thématiques :
- Didactique de la Géométrie à l'école primaire, de l'Histoire des Mathématiques.
- Histoire de l'Algèbre au $19^{ème}$ siècle, de la Géométrie (jusqu'au $17^{ème}$ siècle).

D. EQUIPE DE GÉOMÉTRIE

Elle se décompose elle-même en **3 sous-équipes** :

D. 1. Géométrie Algébrique

1 PR : A. Treibich
1 MCF : A. El Mazouni

Thématiques :
- Courbes elliptiques : revêtements KdV-sécants et Toda-sécants. Revêtements tangentiels. Courbes spectrales associées aux solutions doublement périodique en temps de l'équation de Korteweg-de Vries.
- Invariants différentiels des courbes de l'espace et rationalité de certains espaces de modules.

D. 2. Géométrie et Physique Mathématique

1 MCF : A. M. El Gradechi

Thématiques :
- Quantification par déformation : existence et unicité de déformations invariantes sous l'action d'un groupe.
- Opérateurs bi-différentiels équivariants.

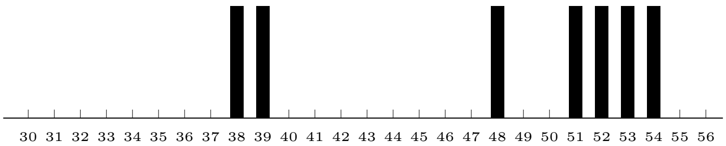
D. 3. Géométrie différentielle et Topologie Algébrique

1 PR : M. Saralegui-Aranguren
1 MCF : P. Ghienne

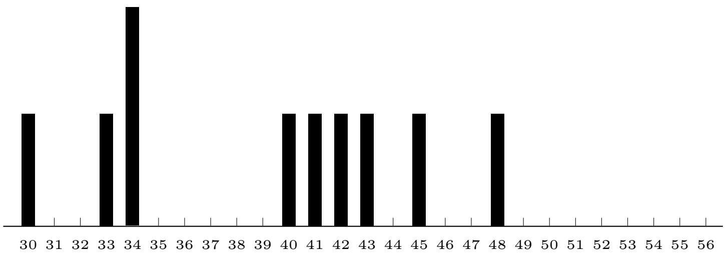
Thématiques :
- Gamma cohomologie. Cohomologie de l'algèbre de Steenrod.
- Genre de Mislin. Filtration de Gray des applications fantômes. Complexité topologique. Catégorie de Lusternik-Schnirelmann.
- Cohomologie d'intersection : espaces stratifiés, feuilletages riemanniens singuliers.

Pyramides des âges

PR



MCF



Publications

Sur les 4 dernières années, dans des revues internationales à comité de lecture :

2005	13
2006	16
2007	12
2008	11
à paraître	7
soumises	11

Liste des principaux journaux dans lesquels les publications ont été faites, ou acceptées :

Adv. Math. (2 fois) – Duke Math. J. – Indiana Univ. Math. J. – J. Funct. Anal. (3 fois) – Math. Ann. – Memoirs AMS – Proceed. London Math. Soc.

Bull. Symbolic Logic – Illinois J. Math. – Intern. Math. Res. Not. – J. of Algebra – J. Oper. Th. (2 fois) – J. London Math. Soc. – J. Pure Appl. Algebra (2 fois) – Linear Algebra and its Appl. – Proceedings AMS (3 fois) – Studia Math. – Transform. Groups

Algebras and Represent. Th. – Arch. Math. – Fund. Math. – J. Symbolic Logic – Pacific J. Math. – Proc. Edinburgh Math. Soc. – Topology and its Appl.

Algebr. Geom. Topol. – Ann. Polon. Math. – Bull. Belg. Math. Soc. (3 fois) – Bull. Pol. Acad. Sci. Math. – Colloq. Math. (2 fois) – Contemporary Math. (2 fois) – Indag. Mathem. N.S. – J. Algebra Appl. (2 fois) – Manuscripta Math. – Mat. Zametki (Math. Notes) – Rocky Mountain J. Math.

Copie de l'évaluation précédente

1. Avis DR-MSTP pour la requalification en EA

Le Laboratoire de Mathématiques de Lens comporte trois sous équipes intitulées Algèbre, Analyse et Géométrie. Bien que de taille réduite, chacune de ces trois équipes développe une activité soutenue et de qualité. Le laboratoire a su nouer de fructueuses relations avec les universités voisines, aussi bien françaises (par exemple l'Université de Lille 1) que belges (Louvain la Neuve ou Mons). Ses membres se sont investis dans bon nombre de collaborations nationales et internationales en participant à des GDR, des réseaux européens ou en sollicitant des projets de PAI. Les animations scientifiques (colloque, écoles, mini-cours, ...) sont nombreuses et diversifiées.
Il est à noter qu'un projet de "Fédération de Recherche" avec les autres Universités du Nord de la France est en cours de réalisation. Il faut noter d'autre part que le LML n'a pas obtenu au CNRS sa reconnaissance en tant que FRE.

On ne peut qu'encourager le laboratoire à poursuivre sa politique de recrutement ouvert, à surveiller le devenir de ses docteurs, et à maintenir sa présence régionale.

La dotation ministérielle annuelle pour 2006–2009 est de 25 000 euros.

2. Avis CNRS

Points positifs : production scientifique soutenue.

Points faibles : équipe très petite.

Conclusions : Une fédération de recherche entre les laboratoires de mathématiques de la région serait une bonne structure pour dynamiser le laboratoire.

Le CNRS n'est pas favorable à l'association de cette unité. Le CNRS suggère la constitution, dès que possible, d'une fédération de recherche entre laboratoires de mathématiques de la région (Lille, Calais, Lens, Valenciennes).

Répartition des crédits utilisés en 2006 et 2007

La dotation ministérielle du LML est de 25 000 euros.

La répartition des dépenses se fait de la façon suivante :

- **15%** pour le prélèvement BQR par l'université ;
- **15%** pour la participation aux frais de fonctionnement de la B2RM, aux abonnements aux bases de données MathSciNet et Zentralblatt für Mathematik ;
- **10%** pour l'achat de matériel : renouvellement d'ordinateurs, papier, petites fournitures, ... ;
- **30%** pour l'organisation de manifestations scientifiques ;
- **30%** pour les invitations, frais de missions.

Pour l'année 2006, le LML a encore bénéficié de la subvention IUF de N. Karpenko (membre junior de l'IUF, et membre du LML jusqu'en août 2006, date de sa mutation à Paris 6) : 15.000 euros pour 2005 et pour 2006.

Le LML a aussi bénéficié d'un projet INTAS (environ 4 500 euros) concernant les échanges avec les pays de la CEI.

Ces financements ont servi pour l'organisation des manifestations scientifiques, les invitations et les missions.

Il faut noter que ces subventions représentaient une part importante du budget global du laboratoire.

Le LML a aussi bénéficié, ponctuellement, de l'aide de l'université (Relations Internationales) pour certaines missions, et, pour l'organisations de manifestations scientiques, de l'aide du BQR, des collectivités locales (Conseil Général), ainsi que de la Fédération CNRS Nord-Pas-de-Calais.

Relations nationales et internationales

Niveau régional

• Les quatre universités du Nord–Pas-de-Calais sont réunies au sein de la **Fédération CNRS Nord-Pas-de-Calais FR 2956**.

• **Bibliothèque Régionale de Recherche en Mathématiques (B2RM)**. Créée en 2000, implantée au sein du Laboratoire Paul Painlevé, à Lille. Participation du LML : financièrement (5% du budget du LML, soit environ 1 250 euros), et à travers la BU de l'Université d'Artois, à Lens : abonnement à des revues internationales de très bon niveau, mais non présentes à Lille, ainsi que par la constitution d'un fonds d'ouvrages de recherche ; les revues présentes à Lens sont référencées à la B2RM et sur son site internet).

• **Trois séminaires hebdomadaires** sont co-organisés par le Laboratoire Paul Painlevé (Lille 1) et le LML :

- Topologie Algébrique ;
- Physique Mathématique ;
- Analyse Fonctionnelle.

• **Un groupe de travail hebdomadaire** commun d'Analyse Fonctionnelle Lens-Lille.

• Co-organisation du **séminaire d'Algèbre** mensuel tournant "Lens–Louvain-la-Neuve".

• Les quatre universités du Nord–Pas-de-Calais sont **co-habilitées pour le Master 2 Recherche en Mathématiques Pures** (précédemment DEA de Mathématiques Pures). Nous participons régulièrement aux cours : N. Karpenko (2004–2005) ; A. Leroy (2005–2006) ; P. Ghienne (2006–2007) ; P. Lefèvre et D. Li (2007–2008).

Niveau national

Participation à plusieurs **GDR** :

- GDR 144, *Structures géométriques et méthodes algébrico-topologiques SGMAT* (ex Séminaire Sud-Rhodanien de géométrie).
- GDR 2432 *Algèbre non commutative et théorie des invariants en théorie des représentations.*
- GDR 2753 *Analyse Fonctionnelle et Harmonique et Applications AFHA* 2004–2007, renouvelé 2008–2011.
- GDR 2875 *Topologie Algébrique et Applications.*

Relations internationales

Participation à des **réseaux européens** :

- RTN Network HPRN-CT-2002-00287 *Algebraic K-Theory, Linear Algebraic Groups and Related Structures* Octobre 2002– octobre 2006
- Projet INTAS avec la CEI.

Actions bilatérales :

Convention-cadre entre l'Université de Montevideo (Uruguay), l'Université d'Artois, et l'Université de Lille 1.

Programme PREMER entre l'Université de Montevideo (Uruguay), l'Université d'Artois, et l'Université de Lille 1.

Projet ANR Groupe Nord du projet ANR-GIMP (Géométrie et Intégrabilité en Physique Mathématique), entre trois groupes français et l'antenne CNRS (Laboratoire Poncelet) créée par l'université de Moscou.

Projet ECOS-SUD (demande en mars 2008), entre l'Université d'Artois, l'Université de Grenoble 1, l'ENS Lyon, l'Université d'Avignon, et l'Universidad de la Republica (Uruguay).

Prix et autres distinctions

Distinctions

- membre junior IUF : N. Karpenko (jusqu'en août 2006).
- PEDR : N. Karpenko (départ en 2006), A. Laghribi, P. Lefèvre, D. Li, *É. Matheron*.
- promotions PR1 : P. Mammone (2005) ; N. Karpenko (CNU, 2006) ; D. Li (CNU, 2007) ; M. Saralegui-Aranguren (2008).

Participation à des jurys de thèse

- D. Li : S. Dubernet (15.12.2005, Bordeaux 1 - Directeur : J. Esterle), *rapporteur* de la thèse
- A. Laghribi et P. Mammone : F. Faivre (06.12.2006, Besançon, Université de de Franche-Comté - Directeur : D. W. Hoffmann)
- D. Li : P. Lefèvre (13.12.2006, Artois, Lens) *Habilitation*
- P. Lefèvre : O. Bel Hadj Fredj (26.1.2007, Lille 1 - Directeur : M. Mbekhta)
- P. Mammone : K. Mouhnir (xx.11.2007, Louvain-La-Neuve - Directeur : J.-P. Tignol)
- P. Lefèvre et D. Li : E. Lavergne (21.12.2007, Artois, Lens - Directeur : D. Li)
- P. Mammone : O. Ntabouhashe (xx.4.2008, Louvain-La-Neuve - Directeur : J.-P. Tignol)
- D. Li : P. Petitcunot (30.5.2008, Lille 1 - Directeur : C. Badea)
- M. Saralegui-Aranguren : Á. Lozano Rojo (6.6.2008, UPV/EHU, Pays-Basque, Espagne - Directeurs : F. Alcalde Cuesta et M. Macho Stadler)
- A. Treibich : M. F. Machu (16.6.2008, Lille 1 - Directeur D. Markouchevitch)

Responsabilités

- F. Derrien : Membre du Conseil d'UFR (2002-2006), membre de la CSE Mathématiques-Informatique, collège B (vice-président depuis 2007).
- A. El Gradechi : Membre Conseil de la Fédération CNRS Nord-Pas-de-Calais.
- A. Laghribi : Membre de la CSE Mathématiques-Informatique, collège B.
- A. Leroy : Membre du Conseil d'UFR ; membre de la CSE Mathématiques-Informatique.
- P. Lefèvre : Chargé de mission au CNRS (coordinateur scientifique au sein de l'USAR), depuis novembre 2007 ; membre de la CSE Mathématiques-Informatique (collège B ; vice-président B jusqu'en 2007) ; responsable du parcours Mathématiques de la Licence Math-Info.
- D. Li : Directeur du laboratoire depuis 2002 ; membre du Conseil Scientifique (2005-2008) ; membre du Conseil d'UFR ; membre de la CSE Mathématiques-Informatique (vice-président jusqu'en 2007), de la CSE Physique (depuis 2007), de la CSE de l'IUFM Nord-Pas-de-Calais (suppléant, jusqu'en 2007) ; responsable du Master 1 de Mathématiques (jusqu'en 2007).
- P. Mammone : Directeur de l'UFR des Sciences, depuis avril 2004 ; membre du Conseil d'Administration depuis 1999, membre de la CSE Mathématiques-Informatique.
- M. Saralegui-Aranguren : Membre du Conseil de l'Ecole Doctorale de l'Université d'Artois (2002-2006), membre du bureau du domaine mathématique de l'ED SPI depuis 2007 ; membre du conseil d'UFR (2003-2006) ; membre du Conseil de la Fédération CNRS Nord-Pas-de-Calais ; représentant lensois pour la Bibilothèque Régionale de Mathématiques et pour le Master 2 co-habilité ; membre de la CSE depuis 1994 (vice-président 2007-08) ; responsable du Master 1 depuis 2007.

- A. Treibich : Président du jury de 1ère année.

Divers

- recenseurs pour Math. reviews : A. Leroy, É. Matheron, A. Treibich
- recenseurs pour Zentralblatt für Math. : P. Lefèvre, D. Li

Organisation de manifestations scientifiques

Congrès internationaux

- Mini-cours 2006 *Quadratic Forms* (Lens, 19-23 Juin 2006).
- *Calculus of functors and applications*, VI Mini-Cours de Topologie Algébrique (Lens, 26-28 Juin 2006), co-organisé avec les universités de Lille 1 et Louvain-la-Neuve.
- Mini-cours 2007 *Quadratic Forms, Triangulated Categories and Valuations* (Lens, 11-15 Juin 2007).
- *Geometrical aspects in rings and representation theory* (Lens, 24-29 septembre 2007), co-organisé avec l'Université de Picardie.
- *Topology Algebraic TALL 2007* (Lens 16-17 novembre 2007), co-organisé avec l'Université de Lille 1.
- *Journées d'Analyse Fonctionnelle* (Lens, 29-30 mars 2007), co-organisé avec l'Université de Lille 1, dans le cadre de la Fédération CNRS.
- Mini-cours 2008 *Essential dimension and canonical dimension* (Lens, 23-27 juin 2008).

Les mini-cours sur les Formes Quadratiques sont déstinés en priorité aux jeunes chercheurs. Chaque année, ils rassemblent des participants venant d'universités d'Europe, des USA, d'Amérique du Sud, et du Maghreb.

Nous avons aussi participé financièrement à des manifestations organisées ailleurs.

Journées et conférences de vulgarisation

- *Un siècle d'enseignement des Mathématiques* (Lens, 7 mai 2005).
- *Un texte, un mathématicien* : J.-C. Yoccoz, *Une erreur féconde du mathématicien Henri Poincaré* (Lens, jeudi 27 mars 2008).
- *Regards historiques et didactiques sur les mathématiques*, Colloque franco-italien (Lens, 17 mai 2008).
- *Un texte, un mathématicien* : X. Viennot, *D'une lettre oubliée d'Euler (1707-1783) à la combinatoire et à la physique contemporaine* (Lens, jeudi 12 juin 2008).

Invitations

Invitations ou visites de chercheurs étrangers

- M. Paternain (Montevideo, Uruguay) : un mois en mars 2005 (A. Treibich)
- R. Wolak (Cracovie, Pologne) : un mois en mai/juin 2005 (M. Saralegui-Aranguren)
- L. Rodríguez-Piazza (Seville, Espagne) : un mois en mai-juin 2005 (P. Lefèvre et D. Li)
- L. Rodríguez-Piazza (Seville, Espagne) : deux semaines (visite) en mars 2006 (P. Lefèvre et D. Li)
- J.-P. Gabardo (Hamilton, Canada) : un mois en juin 2006 (F. Derrien)
- Patrick Morandi (USA) : un mois en juin 2006 (A. Laghribi, P. Mammone)
- Y. Fedorov (Catalunya, Espagne) : un mois en juillet 2006 (A. Treibich)
- A. Smirnov (St Petersbourg, Russie) : une semaine en juillet 2006 (A. Treibich)
- D. S. Nagaraj (Chennai, Inde) : un mois en mai 2007 (A. El Mazouni)
- R. Wolak (Cracovie, Pologne) : un mois en mai-juin 2007 (M. Saralegui-Aranguren)
- S. Garibaldi (Atlanta, USA) : un mois en juin 2007 (A. Laghribi et P. Mammone)
- L. Rodríguez-Piazza (Seville, Espagne) : deux semaines (visite) en juin 2007 (P. Lefèvre et D. Li)
- R. Ures (Montevideo, Uruguay) : un mois en juin 2007 (A. Treibich)
- A. Rittatore (Montevideo, Uruguay) : deux mois en novembre et décembre 2007 (A. Treibich)
- L. Richard (Edimbourg, Grande-Bretagne) : deux semaines en avril 2008 (A. Leroy)
- L. Rodríguez-Piazza (Seville, Espagne) : deux semaines (visite) en mai-juin 2008 (P. Lefèvre et D. Li)
- J.-P. Tignol (Louvain-la-Neuve, Belgique) : un mois en juin 2008 (A. Laghribi et P. Mammone)
- R. Aravire (Chili) : un mois en juin-juillet 2008 (A. Laghribi).

Séjours dans des universités étrangères

- F. Derrien :
  - Hamilton (Canada) : 3 semaines en septembre 2005.
- A. M. El Gradechi :
  - Montréal (Canada) : six semaines entre mars et mai 2005 ;
  - Montréal (Canada) : six semaines entre mars et mai 2007 ;
  - Montréal (Canada) : dix semaines entre avril et juin 2008.
- A. Laghribi :
  - Bielefeld (Allemagne) : trois mois en mars-mai 2006 ;
  - Bielefeld (Allemagne) : deux mois en avril-mai 2008.
- P. Lefèvre :
  - Séville (Espagne) : dix jours en novembre 2005 ;
  - Séville (Espagne) : dix jours en septembre 2006.
- A. Leroy :
  - Athens (Ohio, USA) : trois semaines en avril 2005 ;
  - Varsovie (Pologne) : février 2005 ;
  - Athens (Ohio, USA) : avril 2006 ;
  - Varsovie (Pologne) : février 2007 ;
  - Varsovie (Pologne) : février 2008 ;
  - Varsovie (Pologne) : une semaine en mai 2008 ;
  - Athens (Ohio, USA) : deux semaines en juin 2008.
- D. Li :
  - Séville (Espagne) : 10 jours en avril 2007.
- M. Saralegui-Aranguren :
  - Bilbao (Espagne) : une semaine en février 2005 ;
  - Bilbao (Espagne) : une semaine en juillet 2006 ;
  - Bilbao (Espagne) : deux semaines en avril 2008.
- A. Treibich :
  - Montevideo (Uruguay) : un mois en octobre 2005 ;

- Montevideo (Uruguay) : un mois en novembre 2006 ;
- Montevideo (Uruguay) : un mois en octobre 2007.

Conférences invitées dans des congrès

- F. Brechenmacher : Paris (décembre 2007) ; Paris (septembre 2008) ; Vienne, Autriche (septembre 2008).
- N. Karpenko : Banf, Canada (avril 2005) ; Lausanne, Suisse (juillet 2005) ; Nottingham, Grande-Bretagne (septembre 2005).
- A. Laghribi : Bielefeld, Allemagne (février 2005) ; Oberwolfach, Allemagne (juin 2006) ; Banff, Canada (septembre 2006) ; Lac Llanquihue, Chili (décembre 2007) ; Québec, Montréal, Canada (juin 2008) ; Nottingham, Grande-Bretagne (août 2008).
- P. Lefèvre : Lille (septembre 2007) ; Orléans (octobre 2008).
- A. Leroy : Varsovie, Pologne (septembre 2005) ; Madras, Inde (décembre 2006) ; Varsovie, Pologne (septembre 2007) ; Ohio, USA (juin 2008).
- D. Li : Lille (septembre 2007).
- M. Saralegui-Aranguren : Zaragoza, Espagne (juillet 2007).
- A. Treibich : Moscou, Russie (mai 2006) ; Zaragoza, Espagne (juillet 2007).

Encadrement doctoral

Une thèse a été soutenue au sein du Laboratoire pendant la période considérée :

1. **E. LAVERGNE** : 21 décembre 2007 (directeur : D. Li), financée par une Allocation-monitorat Université Artois.

Deux thèses devraient être soutenues avant la fin 2008 :

1. **J. DELENCLOS** : débutée en 2002 (Directeur : A. Leroy) – financement : **Allocation-monitorat Université Artois** ; devrait être soutenue fin 2008 à l'Université d'Artois.
2. **I. AL ALAM** (inscrit à Lille 1, mais essentiellement encadré par P. Lefèvre) : débutée en 2004 (Directeurs : P. Lefèvre et H. Queffélec) – financement : Allocation Lille 1 ; soutenance octobre 2008.

Une thèse va débuter :

1. **R. DEMAZEUX** début en septembre 2008 (Directeur : P. Lefèvre) – financement : **Allocation-monitorat**.

Une habilitation a été soutenue au sein du Laboratoire :

1. **P. LEFÈVRE** (13 décembre 2006).

Devenir des doctorants

1. **Adem Ozturk** : thèse soutenue en mai 2003, Université de Mons-Hainaut (Belgique) ; directeur A. Leroy. Situation actuelle : professeur à l'université du travail (Charleroi, Belgique).
2. **José-Ignacio Royo-Prieto** : thèse soutenue en octobre 2003, Universidad del País Vasco, Euskal Herriko Unibertsitatea (Espagne) ; directeurs M. Saralegui-Aranguren et M. Macho-Stadler (Universidad del País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea). Situation actuelle : *Profesor laboral interino* en el Departamento de Matemática Aplicada de la Escuela Superior de Ingeniería de la Universidad del País Vasco, Euskal Herriko Unibertsitatea (Espagne).
3. **Elmouloudi Ed-Dari** : thèse soutenue en octobre 2003, Université d'Artois ; directeur D. Li. Situation actuelle : vacataire de l'enseignement secondaire.
4. **Jean-Paul Bonnet** : thèse soutenue en novembre 2003, Université de Lille 1 ; directeurs J.-C. Douai et N. Karpenko. Situation actuelle : professeur agrégé dans l'enseignement secondaire.
5. **Pierre Flédrich** : thèse soutenue en décembre 2003, Université d'Artois ; directeur A. Treibich. Situation actuelle : professeur agrégé dans l'enseignement secondaire.
6. **Gabriel Padilla** : thèse soutenue en janvier 2004, Universidad Central de Venezuela et Université d'Artois (cotutelle) ; directeurs M. Saralegui-Aranguren et D. Flores (Universidad Central de Venezuela). Situation actuelle : *Profesor Ordinario Asistente* à l' Universidad Central de Venezuela (Venezuela).
7. **Fermín Dalmagro** : thèse de soutenue en octobre 2004, Universidad Central de Venezuela ; directeurs M. Saralegui-Aranguren et R. Popper (Universidad Central de Venezuela). Situation actuelle : *Profesor Jubilado* à l'Universidad Central de Venezuela (Venezuela).
8. **Emmanuelle Lavergne** : thèse soutenue en décembre 2007 ; directeurD. Li. Situation actuelle : professeur agrégée dans l'enseignement secondaire.

Descriptif des résultats des quatre dernières années

A. Equipe d'Algèbre

Théorie algébrique des formes quadratiques. Soit $i_1, i_2, \ldots, i_h$ les plus haut indices de Witt d'une forme quadratique non dégénérée arbitraire sur un corps de caractéristique différente de 2, h étant la hauteur de la forme. N. Karpenko montre dans [ACL 3] que pour tout entier q tel que $1 \le q \le h-1$, on a :

$$v_2(i_q) \ge \min\big(v_2(i_{q+1}), \ldots, v_2(i_h)\big) - 1,$$

où v_2 est la valuation 2-adique ; il montre aussi que :

$$v_2(i_q) \le \max\big(v_2(i_{q+1}), \ldots, v_2(i_h)\big),$$

pourvu que $i_q + 2(i_{q+1} + \cdots + i_h)$ ne soit pas une puissance de 2. Ces inégalités sont des avancées dans la détermination de la plus petite hauteur possible pour les formes quadratiques anisotropes de dimension donnée. La première inégalité implique formellement la conjecture de Vishik sur les dimensions des formes quadratiques anisotropes dans I^n, prouvées antérieurement dans N. Karpenko, *Holes in* I^n, *Ann. Sci. Ecole Norm. Sup.* (4) 37 (2004), no. 6, 973–1002. La méthode de la preuve est celle développée *in loc. cit.* ; elle utilise les opérations de Steenrod sur les groupes de Chow modulo 2 d'un produit direct de la quadrique projective. Elle donne non seulement les inégalités ci-desus, mais aussi d'autres relations entre les plus haut indices de Witt.

N. Karpenko résoud dans [ACL 4] la conjecture de Berhuy-Reichstein sur la dimension canonique des groupes orthogonaux, montrant que pour tout entier $n \ge 1$, la dimension canonique de SO_{2n+1} et de SO_{2n+2} sont égales à $n(n+1)/2$. Plus précisément, pour toute forme quadratique ϕ de dimension $2n+1$, définie sur un corps arbitraire F de caractéristique $\neq 2$, N. Karpenko montre que la correspondance avec la grassmanienne orthogonale X des sous-espaces totalement isotropes de ϕ de dimension n possède une certaine propriété, pourvu que le degré de ϕ sur tout corps de déploiement soit divisible par 2^n. Cette propriété lui permet de prouver que la fonction de champ de X a le degré de transcendance minimal parmi tous les corps de déploiement génériques de ϕ.

Dans [ACL 17], N. Karpenko, en collaboration avec J. Hurrelbrink and U. Rehmann, considère, étant donné un entier n arbitraire, les formes quadratiques anisotropes de dimension n sur tous les corps de caractéristique $\neq 2$; ils montrent que la hauteur d'une forme excellente (dépendant uniquement de n) est exactement la borne inférieure des hauteurs de toutes les formes.

Dans [ACL 18], N. Karpenko obtient un majorant pour la dimension canonique $cd\,(Spin_n)$ du groupe des spineurs $Spin_n$. Cela utilise la théorie des intersections, la dualité des variétés de Schubert, et une formule de type Pieri pour les variétés des sous-espaces totalement isotropes maximaux. Une minoration est donnée par la 2-dimension canonique $cd_2\,(Spin_n)$, qui est calculée dans l'article [ACL 19]. Si n ou $n+1$ est une puissance de 2, ces deux bornes coïncident et donc la valeur exacte de $cd\,(Spin_n)$ est obtenue pour ces entiers n. Il obtient aussi une majoration pour la dimension canonique du groupe des semi-spineurs (donnant la valeur exacte de la dimension canonique quand le rang du groupe est une puissance de 2).

Pour un nombre premier p, N. Karpenko, en collaboration avec A. S. Merkurjev, introduit et étudie dans [ACL 19] la *dimension* p*-canonique* (la version p-locale de la dimension canonique de Berhuy-Reichstein) des groupes algébriques semi-simples. Ils y calculent la dimension p-canonique des groupes algébriques simples classiques et y produisent une recette de tel calcul pour un groupe quelconque (récemment utilisée par Kirill Zainoulline pour traiter tous les types exceptionnels).

Dans [ACL 43], N. Karpenko montre que la dimension canonique $cd\,(Spin_{2n+1})$ du groupe des spineurs $Spin_{2n+1}$ a une majoration inductive donnée par $n + cd\,(Spin_{2n-1})$. En utilisant cette borne, il détermine la valeur exacte de $cd\,(Spin_n)$ pour tout $n \le 16$. Cela n'était connu auparavant que pour

$n \leq 10$. Il obtient aussi une majoration pour la dimension canonique du groupe des semi-spineurs $cd\,(SSpin_n)$ en fonction de $cd\,(Spin_{n-2})$. Cette majoration donne $cd\,(SSpin_n)$ pour $n \leq 16$. Si l'on admet une conjecture sur la valeur exacte de $cd\,(Spin_{n-2})$, cela donne celle de $cd\,(SSpin_n)$.

A. Laghribi mène ses recherches dans le domaine de la théorie algébrique des formes quadratiques et la théorie des algèbres simples centrales à involutions.

Une forme quadratique ϕ d'espace sous-jacent V est dite isotrope s'il existe $v \in V$ non nul tel que $\phi(v) = 0$; sinon ϕ est dite anisotrope. Dans [ACL 20], A. Laghribi et D. Hoffmann ont montré un théorème fondamental sur le problème d'isotropie en caractéristique 2 affirmant que si ϕ et ψ sont deux formes quadratiques anisotropes sur un corps F de caractéristique 2 tel que $\dim \phi \leq 2^n < \dim \psi$ pour un certain entier $n \geq 1$, alors ϕ reste anisotrope sur $F(\psi)$, le corps de fonctions de la quadrique projective d'équation $\psi = 0$ ($\dim \phi$ désigne la dimension d'une forme quadratique ϕ). Dans ce même travail, les deux auteurs ont appliqué ce résultat pour l'étude des formes quadratiques à déploiement maximal, c'est-à-dire, les formes quadratiques ϕ dont l'indice de Witt total sur $F(\phi)$ coïncide avec $\dim \phi - 2^m$, où m est tel que $\dim \phi \in]2^m, 2^{m+1}]$.

Les travaux [ACL 21] et [ACL 23] étendent le théorème de norme au cas des formes quadratiques singulières en caractéristique 2. Une forme quadratique ϕ est dite singulière (*resp.* totalement singulière) si son radical $\mathrm{Rad}(\phi)$ n'est pas nul (*resp.* si $\mathrm{Rad}(\phi) = V$). Dans [ACL 21] A. Laghribi a étendu le théorème de norme aux formes quadratiques totalement singulières en montrant qu'une telle F-forme quadratique anisotrope ϕ est isométrique à $p\phi$ sur le corps des fractions rationnelles $F(X_1, \cdots, X_n)$ pour un $p \in F[X_1, \cdots, X_n]$, polynôme irréductible et unitaire, si et seulement si l'indice de Witt de ϕ sur $F(p)$ est au moins égal à la partie entière de $\frac{\dim \phi}{2}$, où $F(p)$ est le corps de fonctions de la variété affine donnée par l'équation $p = 0$. Dans [ACL 23], A. Laghribi et P. Mammone ont partiellement étendu le théorème de norme aux formes quadratiques semi-singulières, c'est-à-dire, celles qui sont singulières mais pas totalement singulières. Plus précisément, ils ont montré que si ϕ est une F-forme quadratique semi-singulière anisotrope et $p \in F[X_1, \cdots, X_n]$ est irréductible, alors la condition que ϕ est isométrique à $p\phi$ sur $F(X_1, \cdots, X_n)$ implique que l'indice de Witt total de ϕ sur $F(p)$ est au moins égal à la partie entière de $\frac{\dim \phi}{2}$, et qu'il y a équivalence entre ces deux conditions lorsque p est donné par une forme quadratique qui représente 1. Comme conséquence, les deux auteurs ont étendu le théorème de sous-forme de Cassels-Pfister au cas des formes quadratiques semi-singulières.

Dans [ACL 5] et [ACL 22], A. Laghribi considère la question générale de la classification des formes quadratiques (bilinéaires) qui deviennent hyperboliques (métaboliques) sur une extension donnée du corps de base de caractéristique 2. Dans [ACL 5], A. Laghribi a donné une réponse complète à la métabolicité des formes bilinéaires sur le corps de fonctions d'une quadrique projective, et il a donné des résultats généraux sur l'hyperbolicité des formes quadratiques sur le même type de corps. De plus, A. Laghribi a donné dans [ACL 22] une réponse complète à l'hyperbolicité des formes quadratiques sur une extension multiquadratique purement inséparable du corps de base, généralisant ainsi quelques résultats prouvés auparavant par Baeza, Mammone-Moresi, et Ahmad.

Dans [ACL 6], A. Laghribi a donné une réponse complète à l'isotropie des involutions et des paires quadratiques sur le corps de fonctions d'une quadrique projective en caractéristique 2 dans le cas des algèbres de degré au plus 4. A. Laghribi a aussi donné une condition nécessaire et suffisante à l'hyperbolicité des involutions et des paires quadratiques sur une extension quadratique inséparable dans le cas d'une algèbre de degré arbitraire. Le cas d'une extension quadratique séparable a été traité auparavant par Tignol et Elomary.

Dans [ACL 31], A. Laghribi a posé les fondements de la théorie de déploiement standard des formes bilinéaires en caractéristique 2. Rappelons qu'à une forme bilinéaire B sur un corps F de caractéristique 2, on associe une suite de corps et de formes bilinéaires $(F_i, B_i)_{i \geq 0}$, dite tour de déploiement standard de B, comme suit : $F_0 = F$ et $B_0 = B_{an}$, et pour $i \geq 1$, on prend $F_i = F_{i-1}(B_{i-1})$ et $B_i = ((B_{i-1})_{F_i})_{an}$, où pour une forme bilinéaire C, on note C_{an} sa partie anisotrope et $F(C)$ le corps de fonctions de la quadrique projective d'équation $C(x, x) = 0$. Le plus petit entier h tel que $\dim B_h \leq 1$ s'appelle la hauteur de B. Si B est de hauteur h et de tour de déploiement standard $(F_i, B_i)_{0 \leq i \leq h}$, alors on sait par

[ACL 5] qu'il existe une unique forme bilinéaire de Pfister π sur F_{h-1} tel que π soit semblable à B_{h-1} ou $B_{h-1} \perp \langle \det B \rangle$ suivant que $\dim B$ est paire ou non. Si B est de dimension paire, on définit le degré de B comme étant l'entier d tel que $\dim \pi = 2^d$. Sinon, on dit que B est de degré 0. Une partie de [ACL 31] est consacrée à montrer le résultat suivant : Pour tout entier $n \geq 1$, l'ensemble des formes bilinéaires de degré $\geq n$ coïncide avec $(IF)^n$, où IF est l'idéal de l'anneau de Witt $W(F)$ formé des formes bilinéaires de dimensions paires. L'analogue de ce résultat en caractéristique $\neq 2$ (*resp.* en caractéristique 2 pour les formes quadratiques) est dû à Orlov, Vishik et Voevodsky (*resp.* Aravire et Baeza). Pour prouver ce résultat, A. Laghribi a utilisé un argument générique pour se ramener au cas des formes quadratiques nonsingulières, et il a montré que pour toute forme bilinéaire C anisotrope de dimension $> 2^n$ ($n \geq 1$), il y a injectivité des homomorphismes naturels suivants : $\overline{I^m}F \longrightarrow \overline{I^m}F(C)$ pour tout entier $m < n$, et $\overline{I_q^{n+1}}F \longrightarrow \overline{I_q^{n+1}}F(C)$, où pour tout $k \geq 1$ on note $\overline{I^k}F$ le quotient $I^kF/I^{k+1}F$, et $\overline{I_q^{k+1}}F$ le quotient $I^kF \cdot W_q(F)/I^{k+1}F \cdot W_q(F)$, $W_q(F)$ étant le groupe de Witt des formes quadratiques nonsingulières sur F.

Une autre partie de [ACL 31] concerne le problème de classification des formes bilinéaires par hauteur et degré. La classification des formes bilinéaires de hauteur 1 est faite dans [ACL 5]. Si B est de hauteur h et de tour de déploiement standard $(F_i, B_i)_{0 \leq i \leq h}$, alors B est dite bonne si B_{h-1} est semblable à une forme bilinéaire définie sur F. Après avoir donné des résultats généraux sur les formes bilinéaires bonnes de hauteur et de degré quelconques, A. Laghribi a classifié les formes bilinéaires bonnes de hauteur 2 et de degré $d \geq 0$, à l'exception de celles qui sont de dimension 2^n pour $n \geq d+2$. Il a aussi donné le résultat suivant sur les dimensions des formes bilinéaires de hauteur 2 (non nécessairement bonnes) : Si B est une forme bilinéaire anisotrope de hauteur 2 et de degré d, alors $\dim B \in \{2^{n+1} - 2^d + 2s + \epsilon \, ; \, 0 \leq s \leq 2^{d-1} - \epsilon\}$, où $\dim B \in]2^n, 2^{n+1}]$ et $\epsilon = 0$ ou 1 suivant que $\dim B$ est paire ou non. Pour obtenir ce résultat, A. Laghribi a montré que pour toute forme bilinéaire anisotrope B définie sur F, il existe une extension K/F et une forme bilinéaire de Pfister π sur K telles que $2 \dim B > \dim \pi$ et B étendue à K reste anisotrope et représente les mêmes scalaires que π. Par ailleurs, une autre partie de [ACL 31] est consacrée à compléter et clarifier quelques résultats sur la notion de formes bilinéaires voisines qui a été introduite dans [ACL 5].

Dans [OS 3], A. Laghribi a rédigé un appendice (47 pages) à un livre de Bruno Kahn : *Formes quadratiques sur un corps*, qui paraîtra dans les *Cours spécialisés de la SMF*. Ce livre traite la théorie algébrique des formes quadratiques en caractéristique $\neq 2$. Le but de l'appendice est d'ajouter un complément en caractéristique 2 en décrivant les récents développements qu'a connu la théorie des corps de fonctions des quadriques projectives, y compris les quadriques singulières.

Dans [ACL 24], A. Laghribi et P. Mammone se sont intéressés à la question suivante : Quand est-ce qu'une forme quadratique anisotrope est une voisine de Pfister dès que sa partie anisotrope sur son propre corps de fonctions est définie sur le corps de base ? Sur un corps F de caractéristique 2, une forme quadratique ϕ d'espace sous-jacent V est dite une voisine de Pfister s'il existe une forme quadratique de Pfister π d'espace sous-jacent W tel que $2 \dim \phi > \dim \pi$ et il existe une isométrie injective $(V, a\phi) \longrightarrow (W, \pi)$ pour un certain scalaire $a \in F^*$. Dans ce cas, la forme π ne dépend que de la classe d'isométrie de ϕ. Le résultat obtenu par A. Laghribi et P. Mammone a entraîné deux conséquences. La première conséquence est que la question ci-dessus sur les voisines se ramène à la suivante : Sous quelles conditions une forme quadratique ϕ anisotrope de dimension $2^n + 1$ ($n \geq 1$) et de radical de dimension $2^n - 2$ est une voisine de Pfister ? La deuxième conséquence est que si ϕ est une forme quadratique anisotrope de dimension 9 et de radical de dimension 5 tel que $(\phi_{F(\phi)})_{\mathrm{an}}$ est définie sur F et la restriction $\phi_{|\mathrm{Rad}(\phi)}$ est donnée par un polynôme de type $k(X^2 + lY^2 + mZ^2 + lmT^2 + nU^2)$ pour certains $k, l, m, n \in F^*$, alors ϕ est une voisine de Pfister. Ce cas n'était pas connu auparavant, et n'est pas une conséquence d'une conjecture posée par Laghribi et Hoffmann sur les formes quadratiques voisines en caractéristique 2.

Dans [PRÉ 6], A. Laghribi a étendu au cas des formes bilinéaires en caractéristique 2 un théorème de Jacobson affirmant que deux formes quadratiques d'Albert sont semblables si et seulement si elles ont le même invariant de Clifford (une forme quadratique de dimension 6 est dite d'Albert si elle est d'invariant d'Arf trivial ou de discriminant trivial suivant qu'on est en caractéristique 2 ou non). Le résultat principal de l'article est que deux formes bilinéaires γ_1 et γ_2 anisotropes de dimension 6 et de déterminants triviaux sont semblables si et seulement si $e^2(\gamma_1) = e^2(\gamma_2)$, où pour tout entier $n \geq 2$, $e^n : (IF)^n/(IF)^{n+1} \longrightarrow \nu_F(n)$ est l'isomorphisme dû à Katô qui envoie l'élément $\langle 1, a_1\rangle \otimes \cdots \otimes \langle 1, a_n\rangle + I^{n+1}F$ sur le symbole $\frac{da_1}{a_1} \wedge \cdots \wedge \frac{da_n}{a_n} \in \Omega_F^n$, où Ω_F^n est l'espace des n-formes différentielles sur F et $\nu_F(n)$ est le sous-groupe de Ω_F^n engendré par les symboles $\frac{dx_1}{x_1} \wedge \cdots \wedge \frac{dx_n}{x_n}$.

Dans [PRÉ 7], A. Laghribi et P. Mammone ont introduit une théorie pour les formes bilinéaires en caractéristique 2 parallèle à la théorie algébrique classique. L'idée essentielle est l'utilisation de la notion d'hyper-isotropie. On dit qu'une forme bilinéaire est hyper-isotrope si elle contient comme sous-forme une forme bilinéaire donnée par la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Il y a des exemples de formes bilinéaires isotropes qui ne sont pas hyper-isotropes. Pour cette notion d'hyper-isotropie, A. Laghribi et P. Mammone ont introduit les analogues de la partie anisotrope d'une forme bilinéaire, de la métabolicité, des théorèmes de norme et de sous-forme, ainsi que des formes bilinéaires de Pfister et leurs voisines. Aussi, des questions d'excellence ont été traitées.

Dans [PRÉ 8], A. Laghribi et U. Rehmann ont donné des résultats sur la classification des formes bilinéaires de hauteur 2 et de degré ≤ 2 en caractéristique 2. Plus précisément, les résultats qu'ils ont obtenus viennent compléter quelques uns dans [ACL 31] et montrent qu'une forme bilinéaire anisotrope B est de hauteur 2 et de degré $d = 1$ ou 2 si et seulement si elle est de l'un des deux types suivants :

• Type I : B est bonne, c'est-à-dire, il existe une d-forme bilinéaire de Pfister τ semblable à $(B_{F(B)})_{\mathrm{an}}$. Dans ce cas, soit $\dim B = 2^n$ pour un certain $n \geq d+1$ et $B \perp \alpha\tau \perp \pi$ est métabolique avec $\alpha \in F^*$ et π est semblable à une n-forme bilinéaire de Pfister ; soit $\dim B = 2^m - 2^d$ avec $m \geq d+2$ et B est isométrique à $\rho \otimes \tau$, avec $\dim \rho$ impaire et $B \perp \langle \det \rho\rangle \otimes \tau$ est semblable à une m-forme bilinéaire de Pfister.

• Type II : B n'est pas bonne. Dans ce cas, $d = 2$, et B est de dimension 6 et de déterminant 1, ou B est de dimension 8 et vérifie $B \perp \theta \in I^3F$ avec θ une forme bilinéaire d'Albert anisotrope qui devient isotrope sur $F(B)$.

Pour avoir cette classification, A. Laghribi et U. Rehmann ont montré le résultat suivant en utilisant des arguments de descente : Soit C une forme bilinéaire sur F anisotrope de dimension ≥ 3, et δ une forme semblable à une 2-forme bilinéaire de Pfister sur $F(C)$. On a :

(1) Si $\delta + I^3F(C)$ appartient à l'image de l'homomorphisme naturel $I^2F/I^3F \longrightarrow I^2F(C)/I^3F(C)$, alors il existe une forme bilinéaire d'Albert θ sur F telle que $\delta + I^3F(C) = \theta_{F(C)} + I^3F(C)$. De plus, si C est de dimension > 8, alors il existe une unique 2-forme bilinéaire de Pfister λ sur F qui est semblable à δ.

(2) Si C est de dimension > 8, $\delta \perp D_{F(C)} \in I^4F(C)$ pour une certaine forme D sur F, et ($C_{F(\lambda)}$ est anisotrope ou $D_{F(\lambda)}$ est métabolique pour λ comme dans (1)), alors δ est définie sur F par une forme semblable à λ.

Pour raffiner la classification des formes de type II et de dimension 8, A. Laghribi et U. Rehmann ont travaillé sur le problème d'isotropie des formes bilinéaires d'Albert sur les corps de fonctions des quadriques projectives.

Algèbre non commutative. Pour un anneau R, un endomorphisme injectif σ et une σ-dérivation δ, A. Leroy, en collaboration avec J. Matczuk, étudie dans [ACL 8] la semi-primarité de l'extension de Ore $S := R[x; \sigma, \delta]$ et la dimension uniforme de cet anneau. Des résultats classiques fournissent les réponses dans le cas où σ est un automorphisme. Cependant si σ est simplement supposée injective, ces résultats sont faux. Il est montré dans [ACL 8] que si R est semi-premier et de Goldie à gauche, il en est de même pour l'extension de Ore ; en outre, les dimensions uniformes de R et de l'extension de Ore S sont les mêmes. Une étude de l'extension de Cohn-Jordan de S est également faite.

Dans [ACL 26], ils donnent des conditions nésaires et suffisantes pour qu'un anneau $S = R[x; \sigma.\delta]$ soit un anneau à identités polynomiales dans le cas oú σ est est un endomorphisme injectif d'un anneau semi-premier R satisfaisant la condition de chaîne ascendante sur les annulateurs. D'autre part pour un endomorphisme arbitraire τ de R, ils obtiennent une caractérisation des extensions de Ore $R[x;\tau]$ qui sont à identités polynômiales en supposant que l'anneau R soit noethérien.

Soit K un corps, S un endomorphisme et D une S-dérivation de K. A. Leroy et J. Delenclos, son étudiant en thèse, introduisent dans ce cadre, dans [ACL 34], les fonctions symmétriques généralisées non commutatives. Ils obtiennent la formule de Viète et les décompositions des opérateurs différentiels. Les polynômes de Wedderburn apparaissent naturellement et leurs connections avec la P-indépendance, les matrices de Vandermonde et les matrices Wronskiennes sont brièvement explquées. Les différentes factorisations linéaires des W-polynômes sont décrites en terme de chaînes de sous-espaces vectoriels. Ils carctérisent les anneaux A pour lesquels on peut construire un plus petit commun multiple à gauche des polynômes de la forme $t-a \in A[t;\sigma,\delta]$. Cette caractérisation s'exprime en terme d'anneaux duos.

Dans [ACL 47], A. Leroy, en collaboration avec T. Y. Lam et A. Ozturk, poursuit l'étude des polynômes de Wedderburn, commencée dans A. Leroy et T. Y. Lam, *Wedderburn polynomials over division rings, I, Journal of Pure and Applied Algebra* 186 (2004), 43–76. Ils y donnent plusieurs "formules du rang". Plusieurs applications de ces polynômes sont données : diagonalisations, triangulation de matrices sur des corps gauches, ...Ces applications sont présentées dans le cadre général d'un corps gauche muni d'un automorphisme σ et d'une σ-dérivation δ, mais sont neuves même dans le cas classique : $\sigma = Id$, $\delta = 0$. la dernière section présente la notion d' ensembles G-algébriques qui permet notamment d'étendre le Théorême de Weddeburn relatif aux polynômes à coefficients appartenant au centre d'un corps gauche.

Un anneau est quasi duo à droite quand ses idéaux maximaux à droite sont bilatères. Dans [ACL 46], A. Leroy, en collaboration avec J. Matczuk et E. Puczylowski, caractérise les extensions de Ore qui ont cette propriété. En particulier, ils montrent que :

- Un anneau de polynômes $R[X]$ est quasi duo à droite si et seulement si $R[X]$ est commutatif modulo le radical de Jacobson ;
- Un anneau de polynômes de Laurent est quasi duo à droite si et seulement si il est quasi duo à gauche.

Ces résultats étendent ceux connus dans ce domaine et donnent des réponses partielles à une question posée par Dugas et Lam relative à la symétrie de cette propriété.

Les V-anneaux à droite sont tels que tous les modules à droite simples sont injectifs. Les V-anneaux à droite ne sont pas en général des V-anneaux à gauche, mais pour les V-domaines, cette question de symétrie reste ouverte depuis plus de 40 ans. De nombreux exemples de V-domaines se basent sur les extensions de Ore et dans [ACL 59], A. Leroy, en collaboration avec S. K. Jain et T. Y. Lam, donne notamment des conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une extension de Ore construite sur un corps soit un V-domaine à gauche ou à droite.

B. Equipe d'Analyse Fonctionnelle

Opérateurs de composition.

Opérateurs de composition sur les espaces de Hardy. Dans [ACL 55] (dont [ACL 33] est une annonce partielle), P. Lefèvre et D. Li, en collaboration avec H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza, considèrent l'espace de Hardy-Orlicz H^Ψ des fonctions analytiques dans le disque unité $\mathbb{D} = \{z \in \mathbb{C}\,;\ |z| < 1\}$ de $\mathbb{C}$ ayant des valeurs au bord qui sont dans l'espace d'Orlicz L^Ψ. Ils se restreignent au cas où Ψ est telle que $H^\Psi \subseteq H^1$. Pour toute fonction analytique $\phi\colon \mathbb{D} \to \mathbb{D}$, le principe de subordination de Littlewood montre que $f \circ \phi \in H^\Psi$ pour toute $f \in H^\Psi$, et que l'opérateur de composition $C_\phi\colon f \in H^\Psi \mapsto f \circ \phi \in H^\Psi$ est continu. Ils montrent que C_ϕ est borné pour l'ordre, et à valeurs dans M^Ψ, l'espace de Morse-Transue, si et seulement si :

(1) $\int_{\partial\mathbb{D}} \Psi\big(A\,\Psi^{-1}(1/1-|\phi|)\big)\,dm < +\infty$ pour tout $A > 0$ (*i.e.* $\Psi^{-1}(1/1-|\phi|) \in M^\Psi$),

et que cela entraîne :

(2) $m(1-|\phi| < t) = O\left(1/\Psi[A\,\Psi^{-1}(1/t)]\right)$ quand $t \to 0$, pour tout $A > 0$.

Lorsque Ψ vérifie une condition de croissance, plus forte que la condition Δ^0 utilisée dans [ACL 52] (voir ci-dessous, dans la partie *Structure des espaces de Banach*), notée Δ^1 : $\Psi(Kx) \geq x\Psi(x)$ pour x tendant vers $+\infty$, pour un $K > 1$ (vérifiée par exemple par $\Psi(x) = \mathrm{e}^{(\log(x+1))^2} - 1$), alors, réciproquement, la condition **(2)** entraîne que l'opérateur C_ϕ est borné pour l'ordre. Cela est lié à la notion d'espace d'Orlicz L^Ψ-faible : $f \in L^{\Psi,\infty}$ s'il existe $c > 0$ tel que $m(|f| > t) \leq 1/\Psi(ct)$ pour tout $t > 0$; on a toujours $L^\Psi \subseteq L^{\Psi,\infty}$, et on a l'égalité lorsque Ψ vérifie la condition Δ^1.

D'autre part, tout opérateur borné pour l'ordre et à valeurs dans M^Ψ est compact, et P. Lefèvre, D. Li *et al.* montrent, sous la condition Δ^0 : $\lim_{x\to+\infty} \frac{\Psi(\beta x)}{\Psi(x)} = +\infty$, pour un $\beta > 1$ (vérifiée par exemple par $\Psi(x) = \exp\big[\big(\log(x+1)^{3/2}\big)\big] - 1$), que la faible compacité de C_ϕ entraîne :

(3) $\sup_{|a|=1} \|C_\phi u_{a,r}\|_\Psi = o\big(1/\Psi^{-1}(1/1-r)\big)$ quand r tend vers 1, où $u_{a,r}(z) = \big(\frac{1-r}{1-arz}\big)^2$.

Lorsque Ψ vérifie la condition Δ^2 : $[\Psi(x)]^2 \leq \Psi(\alpha x)$, pour un $\alpha > 1$, plus forte que Δ^1 (vérifée par exemple par $\Psi(x) = \Psi_2(x) = \mathrm{e}^{x^2} - 1$), alors **(3)** entraîne **(2)**. Ainsi, sous la condition Δ^2, la plus forte, toutes les propriétés ci-dessus sont équivalentes. Elles entraînent que pour tout $p \geq 1$ on a $\|\phi^n\|_p = o(n^{-q})$ pour tout $q < \infty$, et donc la nucléarité de C_ϕ sur H^p. En particulier, pour la fonction $\Psi(x) = \Psi_2(x) = \mathrm{e}^{x^2} - 1$, ils obtiennent qu'un opérateur de composition $C_\phi\colon H^{\Psi_2} \to H^{\Psi_2}$ est borné pour l'ordre, et à valeurs dans M^{Ψ_2} si et seulement si il est faiblement compact, et que cela équivaut à l'une des conditions suivantes : **(4)** $\frac{1}{1-|\phi^*|} \in L^p(\mathbb{T}), \forall p \geq 1$; **(5)** $\forall q \geq 1\ \exists C_q > 0 : \quad m(1 - |\phi^*| < \lambda) \leq C_q \lambda^q$; **(6)** $\forall q \geq 1\ \|\phi^n\|_1 = o(n^{-q})$; **(7)** $\|\phi^n\|_{\Psi_2} = o(1/\sqrt{\log n})$.

Comme ces conditions ne dépendent que du module des valeurs de ϕ au bord de $\mathbb{D}$, ils peuvent construire des exemples avec des fonctions extérieures, et ils obtiennent l'existence de fonctions analytiques $\phi\colon \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ telles que C_ϕ soit compact sur H^p $(1 \leq p < \infty)$, mais pas compact sur H^Ψ lorsque Ψ vérifie la condition Δ^2 (et ceci, bien que C_ϕ soit continu sur H^∞ : on a donc un espace d'interpolation H^Ψ entre H^1 et H^∞ sur lequel il existe un opérateur qui n'est pas compact, bien qu'il soit compact à l'extrémité H^1 et continu à l'autre extrémité H^∞ ; ceci sera amélioré dans [PRÉ 11]) ; ils construisent aussi, toujours lorsque Ψ vérifie Δ^2, une fonction analytique $\phi\colon \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ telle que $C_\phi\colon H^\Psi \to H^\Psi$ soit borné pour l'ordre et à valeurs dans M^Ψ, donc compact, mais p-sommant pour aucun $p < \infty$.

En utilisant la notion de mesure de Carleson, ils montrent que si C_ϕ est compact sur H^Ψ, alors il est compact sur H^p pour tout $p < \infty$ (nous avons vu que l'inverse est faux si Ψ vérifie Δ^2) ; pour cela, ils montrent en particulier que l'on peut avoir deux fonctions analytiques $\phi_1, \phi_2\colon \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ telles que $|\phi_1| = |\phi_2|$ sur $\partial\mathbb{D}$, mais telles que C_{ϕ_1} soit compact sur H^2, alors que C_{ϕ_2} ne l'est pas.

Certains de ces aspects sont réexaminés dans [ACL 56] et [PRÉ 11] : une étude fine de l'appartenance aux classes de Schatten dans le cas H^2 et la comparaison à la propriété de compacité sur les espaces de Hardy-Orlicz ; ils montrent par exemple qu'il existe une fonction d'Orlicz Ψ telle que $H^{3+\varepsilon} \subseteq H^\Psi \subseteq H^3$ pour tout $\varepsilon > 0$, et un opérateur de composition qui est compact sur H^3 et $H^{3+\varepsilon}$, mais pas compact sur H^Ψ. Le fait est que beaucoup de résultats abstraits existent concernant les opérateurs de composition mais le nombre d'exemples est assez limité. P. Lefèvre, D. Li *et al.* revisitent certains exemples connus pour en exhiber de nouvelles propriétés mais introduisent aussi de nouveaux symboles, par exemple pour mettre en évidence la subtilité des phénomènes au bord.

Toujours dans [ACL 55], P. Lefèvre, D. Li *et al.* introduisent ensuite une notion de mesure de Carleson adaptée à Ψ. Pour $|\xi| = 1$ et $0 < h < 1$, soit $W(\xi, h) = \{z \in \overline{\mathbb{D}};\ |z| > 1 - h \text{ et } |\arg(z\bar{\xi})| < h\}$ la fenêtre de Carleson ; pour toute mesure positive bornée μ sur $\overline{\mathbb{D}}$, si l'on pose $\rho_\mu(h) = \sup_{|\xi|=1} \mu\big(W(\xi, h)\big)$ et $K_\mu(h) = \sup_{0<t\leq h} \frac{\rho_\mu(t)}{t}$, ils montrent que (en posant $\chi_A(x) = \Psi[A\Psi^{-1}(x)]$) :

1) Si l'injection $j_\mu\colon H^\Psi \to L^\Psi(\mu)$ est compacte, alors $\rho_\mu(h) = o\Big(\dfrac{1}{\chi_A(1/h)}\Big)$, pour tout $A > 0$.

2) Si pour tout $A > 0$, on a : $K_\mu(h) = o\Big(\dfrac{1/h}{\chi_A(1/h)}\Big)$, alors j_μ est compacte.

En général la condition sur ρ_μ n'est pas suffisante et la condition sur K_μ n'est pas nécessaire pour avoir la compacité (ils donnent des contre-exemples) ; toutefois, dans le cas où $\mu = m_\phi$ est la mesure-image de la mesure de Lebesgue normalisée sur $\partial\mathbb{D}$ par les valeurs au bord d'une fonction analytique $\phi\colon \mathbb{D} \to \mathbb{D}$, ils montrent qu'il existe une constante $C > 0$ telle que, pour toute $\phi\colon \mathbb{D} \to \mathbb{D}$ analytique, on ait $m_\phi\big(W(\xi, \varepsilon h)\big) \leq C\,\varepsilon\, m_\phi\big(W(\xi, h)\big)$ pour $0 < h \leq 1 - |\phi(0)|$ et $0 < \varepsilon < 1$. Il en résulte que $C_\phi\colon H^\Psi \to H^\Psi$

est compact si et seulement si, pour tout $A > 0$, on a $\sup_{|\xi|=1} m_\phi\big(W(\xi,h)\big) = o\Big(\dfrac{1}{\Psi[A\Psi^{-1}(1/h)]}\Big)$, quand $h \to 0$; en particulier : si $\Psi \in \Delta^0$, alors $C_\phi\colon H^\Psi \to H^\Psi$ est compact si et seulement s'il est faiblement compact. Cela leur permet de montrer qu'il existe une fonction d'Orlicz Ψ vérifiant la condition Δ^1 et un opérateur de composition $C_\phi\colon H^\Psi \to H^\Psi$ qui est compact mais qui n'est pas borné pour l'ordre et à valeurs dans M^Ψ (de sorte que pour avoir l'équivalence entre ces deux propriétés, l'hypothèse faite, à savoir que Ψ vérifie Δ^2, n'était pas uniquement technique).

Pour finir, ils étudient, beaucoup plus succinctement, le cas des espaces de Bergman-Orlicz $\mathscr{B}^\Psi$. Ils donnent une condition nécessaire, et suffisante lorsque Ψ vérifie Δ^2, pour qu'un opérateur de composition $C_\phi\colon \mathscr{B}^\Psi \to \mathscr{B}^\Psi$ soit compact. Ils donnent la construction d'un produit de Blaschke ayant des dérivées angulaires en aucun point de $\partial\mathbb{D}$, ce qui leur permet d'obtenir un opérateur de composition compact sur $\mathscr{B}^{\Psi_2}$ mais pas compact sur H^{Ψ_2}.

Opérateurs de composition sur d'autres espaces. Dans [ACL 48], D. Li, en collaboration avec F. Bayart, C. Finet et H. Queffélec, considère l'espace $\mathcal{A}^+$ des fonctions f analytiques dans le demi-plan vertical $\mathbb{C}_0 = \{s \in \mathbb{C}\,;\ \mathrm{Re}\, s > 0\}$ et qui admettent une représentation en série de Dirichlet $f(s) = \sum_{n=1}^{+\infty} a_n n^{-s}$, avec $\|f\| = \sum_{n=1}^{+\infty} |a_n| < +\infty$ (c'est l'analogue de l'algèbre de Wiener classique $A^+(\mathbb{T})$ en Analyse Harmonique), et étude les opérateurs de composition, c'est-à-dire les opérateurs définis par $C_\phi(f) = f\circ\phi$, sur cet espace (en fait une algèbre de Banach). Une étude analogue avait été initiée en 1997 par Hedenmalm, Lindvist et Seip pour l'espace de Hilbert $\mathcal{H}_2$ des mêmes fonctions, mais avec la condition $\sum_{n=1}^{+\infty} |a_n|^2 < +\infty$, puis poursuivie par, notamment, J. Gordon et H. Hedenmalm, C. Finet, H. Queffélec et A. Volberg, et F. Bayart. Ils donnent un critère simple pour la continuité et la compacité de C_ϕ. En particulier, ϕ doit envoyer $\mathbb{C}_0$ dans lui-même si C_ϕ est continu, et ϕ doit envoyer $\mathbb{C}_0$ dans $\mathbb{C}_\delta = \{s\in\mathbb{C}\,;\ \mathrm{Re}\, s > \delta\}$, pour un $\delta > 0$, lorsque C_ϕ est compact. De plus, lorsque $\sum_1^\infty |c_n| < +\infty$, cette condition suffit pour avoir la compacité de C_ϕ. Cela leur permet de donner des exemples explicites : si $\phi(s) = c_0 s + \sum_{n=1}^{+\infty} c_n n^{-s}$, avec $c_0 \in \mathbb{N}$ et $\sum_{n=1}^{+\infty} |c_n| < +\infty$, alors si $\mathrm{Re}\, c_1 \geq \sum_{n=2}^{+\infty} |c_n|$ (resp. $\mathrm{Re}\, c_1 > \sum_{n=2}^{+\infty} |c_n|$), $C_\phi\colon \mathcal{A}^+ \to \mathcal{A}^+$ est continu (resp. compact), et c'est nécessaire lorsque $\{n \geq 2\,;\ c_n \neq 0\}$ est multiplicativement indépendant. Pourtant, ces conditions ne sont en général pas nécessaires : si $\phi(s) = c_0 s + c_1 + c_r r^{-s} + c_{r^2} r^{-2s}$ avec $r \geq 2$, $c_0 \in \mathbb{N}$, $c_r, c_{r^2} > 0$, alors C_ϕ est compact dès que $\mathrm{Re}\, c_1 > \frac{(c_r)^2}{8 c_{r^2}} + c_{r^2}$, et, dans le cas où $c_r \leq 4 c_{r^2}$, cette condition est nécessaire à la compacité de C_ϕ (et $\mathrm{Re}\, c_1 \geq \frac{(c_r)^2}{8 c_{r^2}} + c_{r^2}$ est nécessaire à sa continuité). Une des preuves données utilise des majorations sur les polynômes d'Hermite. Dans le cas limite $\mathrm{Re}\ c_1 = \frac{(c_r)^2}{8 c_{r^2}} + c_{r^2}$, l'opérateur C_ϕ est continu si et seulement si $c_r \neq 4 c_{r^2}$. Cela montre en particulier que la condition $\phi(\mathbb{C}_0) \subseteq \mathbb{C}_0$ ne suffit pas à assurer la continuité de C_ϕ.

Ils déterminent ensuite les automorphismes de $A^+(\mathbb{T}^k)$, et, sous une condition technique, ceux de $A^+(\mathbb{T}^\infty)$, ce qui leur permet d'en déduire que ceux de $\mathcal{A}^+$ ne sont que les translations verticales. Finalement, ils déterminent les opérateurs de composition isométriques de $A^+(\mathbb{T}^k)$ et $A^+(\mathbb{T}^\infty)$, puis ceux de $\mathcal{A}^+$: ils sont forcément de la forme $\phi(s) = c_0 s + i\tau$, avec $c_0 = 1, 2, \ldots$ et $\tau \in \mathbb{R}$.

Dans sa thèse ([TH 1]), E. Lavergne a d'abord étudié les opérateurs de composition sur des espaces de Bergman pondérés de fonctions entières $B^p(\omega) = \{f\colon \mathbb{C}\to\mathbb{C}\,;\ f$ holomorphe et $\int_\mathbb{C} |f(z)|\,\omega(z)\,dA(z) < +\infty\}$, où A est la mesure d'aire. Pour des poids du type $\omega(z) = \exp(\tau|z|^k)$, elle montre que l'opérateur de composition $C_\phi\colon f \mapsto f\circ\phi$ envoie $B^p(\omega_1)$ dans $B^p(\omega_2)$ seulement si ϕ est un polynôme de degré $\leq k_2/k_1$. Lorsque le degré de ϕ est strictement inférieur au rapport k_2/k_1, C_ϕ est continu ; il est alors automatiquement compact, et même Hilbert-Schmidt lorsque $p = 2$. Lorsque ce rapport est un entier d et que le degré de ϕ est égal à d, C_ϕ est continu si et seulement si $\sup_{z\in\mathbb{C}} |\phi(z)|/|z|^d \leq (\tau_2/\tau_1)^{1/k_1}$. D'autre part, pour l'espace de Hardy usuel H^2 sur le disque, elle montre que si $\phi_\omega(z) = \sum_{n\geq 0} \varepsilon_n(\omega) a_n z^n$, avec $\sum_{n\geq 0} |a_n| = 1$ et une infinité de $a_n \neq 0$, et si $(\varepsilon_n)_{\geq 0}$ est une suite de variables aléatoires indépendantes prenant les valeurs ± 1 avec probabilité $1/2$, alors l'opérateur de composition $C_\phi\colon H^2 \to H^2$ est presque sûrement Hilbert-Schmidt. Elle s'intéresse ensuite aux opérateurs de composition quasi-compacts (ceux dont la distance de leurs puissances aux opérateurs compacts tend vers 0). Elle les caractérise sur H^2 :

$C_\phi\colon H^2 \to H^2$ est quasi-compact si et seulement si ϕ n'est pas une fonction intérieure et possède un point fixe dans le disque unité. Le cas de l'espace de Bergman A^2_α est plus délicat car les fonctions intérieures peuvent définir des opérateurs compacts ; elle montre que la condition ci-dessus sur ϕ est suffisante pour que $C_\phi\colon A^2_\alpha \to A^2_\alpha$ soit quasi-compact ; pour les fonctions intérieures, la situation n'est pas claire : un automorphisme du disque ne peut définir un opérateur quasi-compact, tandis qu'une fonction monôme en définit un. Elle donne des exemples d'opérateurs de composition quasi-compacts dont la composée avec un autre opérateur de composition n'est pas quasi-compact.

Ensembles minces et espaces de Banach associés. Dans [ACL 32], P. Lefèvre, en collaboration avec L. Rodríguez-Piazza, étudie différents aspects des propriétés de structure inconditionnelle de l'espace $\mathbb{U}$ des séries de Fourier uniformément convergentes, et de ses sous-espaces. Les techniques utilisées pour étudier la propriété de Gordon-Lewis GL fonctionnent pour une large classe d'espaces fonctionnels. Ils étendent quelques résultats de Pisier à certains sous-espaces invariants par translation des espaces de Lebesgue ou de l'espace des fonctions continues sur un groupe abélien compact G. Ils obtiennent également quelques nouveaux résultats dans le cadre de l'espace $\mathbb{U}$ et des espaces d'Orlicz. Dans le cadre classique du cercle, ils obtiennent des conditions arithmétiques et il se trouve que ceci est lié à la notion d'ensemble de continuité. Ceci permet d'exhiber de nouveaux espaces sans structure locale inconditionnelle. Dans une seconde partie, ils s'intéressent spécifiquement aux espaces $\mathbb{U}$ et $\mathbb{U}^+$, l'espace des séries de Taylor uniformément convergentes. Les espaces $\mathbb{U}$ et $\mathbb{U}^+$, l'espace C des fonctions continues, l'algèbre du disque $A(\mathbb{D})$ ont beaucoup de propriétés communes du point de vue de la géométrie des espaces de Banach. Dans bien des situations, on peut dire que ce qui est vrai pour C l'est aussi pour $\mathbb{U}$. Toutefois, du point de vue de la propriété de Gordon-Lewis, $\mathbb{U}$ et $\mathbb{U}^+$ sont plus proches de l'algèbre du disque, plutôt que de C : $\mathbb{U}$ et $\mathbb{U}^+$ n'ont pas la propriété de Gordon-Lewis. P. Lefèvre et L. Rodríguez-Piazza démontrent que tout opérateur 1-sommant de $\mathbb{U}$ dans un espace K-convexe est compact ; $\mathbb{U}$ partageant ainsi une propriété bien connue de C. Comme conséquence, ils obtiennent que $\mathbb{U}$ et $\mathbb{U}^+$ ne sont pas isomorphes. Du point de vue de la propriété de Daugavet, ils montrent que $\mathbb{U}$ et $\mathbb{U}^+$ sont différents de l'algèbre du disque et de l'espace C des fonctions continues : $\mathbb{U}$ et $\mathbb{U}^+$ n'ont pas la propriété de Daugavet.

Rappelons qu'une partie E du dual Γ d'un groupe abélien compact G est un ensemble de Riesz si toute mesure à spectre dans E est absolument continue par rapport à la mesure de Haar, et que c'est un ensemble de Lust-Piquard (LP) si, pour tout moyenne invariante M sur $L^\infty(G)$, tout $\gamma \in \Gamma$ et toute fonction $f \in L^\infty_E(G)$, on a $M(\overline{\gamma} f) = \hat{f}(\gamma)$. Le théorème principal de [ACL 32] est que la réunion d'un ensemble LP et d'un ensemble de Riesz est un ensemble de Riesz. Comme conséquence de ce théorème, on retrouve immédiatement plusieurs résultats. D'abord, celui de D. Li qui avait montré que tout ensemble LP est un ensemble de Riesz. On savait déjà que la réciproque est fausse car Katznelson a montré que $\mathbb{N}$ n'est pas LP ; ceci est aussi un corollaire immédiat du théorème précédent. On a aussi une généralisation d'un théorème de Dressler et Pigno affirmant que la réunion d'un ensemble de Rosenthal et d'un ensemble de Riesz est un ensemble de Riesz. Il est d'ailleurs naturel de se demander si ce résultat n'était pas déjà une conséquence des travaux antérieurs de Y. Meyer. Autrement dit est-ce que tout Rosenthal ne serait pas Riesz fort, *i.e.* sa fermeture pour la topologie de Bohr est Riesz ? En fait la réponse est négative car il est construit dans [ACL 32] un ensemble de Rosenthal qui est dense pour la topologie de Bohr. Il est facile de voir que les ensembles de Riesz ne sont pas stables par réunion (prendre $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$), mais Y. Meyer avait montré, en utilisant un principe de localisation, qu'une hypothèse de fermeture, pour la topologie de Bohr, sur l'un des ensembles de Riesz permet de conclure que son union avec n'importe quel autre ensemble de Riesz est encore Riesz. En établissant un principe de localisation généralisé, P. Lefèvre et L. Rodríguez-Piazza montrent dans [ACL 58] que le même phénomène se produit avec les ensembles LP. F. Lust-Piquard avait montré qu'une partie de l'ensemble $\mathcal{P}$ des nombres premiers, à savoir $\mathcal{P} \cap (5\mathbb{Z} + 2)$, est LP. Le fait de couper avec $5\mathbb{Z} + 2$ permettait d'éviter les points -1 et 1, qui sont des points d'accumulation de $\mathcal{P}$ pour la topologie de Bohr. En appliquant le principe précité, P. Lefèvre et L. Rodríguez-Piazza démontrent que $\mathcal{P}$ tout entier est LP. En fait, bien plus : la réunion de n'importe quel LP avec l'ensemble des entiers dont la décompositon ne fait intervenir qu'au plus k nombres premiers (k fixé bien sûr) est LP. D'autre part, toujours dans [ACL 58], ils montrent qu'il existe des parties qui ne sont pas LP mais très lacunaires puisque p-Sidon pour tout $p > 1$ et $\Lambda(s)$ pour tout $s \geq 2$. En fait, cela repose sur des constructions aléatoires dues à D. Li, H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza (voir ci-dessous) de tels ensembles minces qui ont en plus la propriété d'être uniformément distribués. Or il est montré dans [ACL 58] qu'être uniformément distribué est incompatible avec être un ensemble LP.

D. Li, H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza avaient montré dans *Some new thin sets in Harmonic Analysis*, *Journal d'Analyse Mathématique* 86 (2002) 105–138 qu'il existait des ensembles d'entiers *minces* en un certain sens, et *gros* en un autre. En particulier, il existe, pour tout p avec $1 < p < 2$, des parties Λ de $\mathbb{Z}$ qui sont des *ensembles p-Rider* (les fonctions presque sûrement continues à spectre dans Λ ont une série de Fourier dans $\ell_p(\Lambda)$), mais pas q-Rider pour $q < p$, et qui sont $\Lambda(q)$ pour tout $q < \infty$ (*i.e.* L^q_Λ est isomorphe à L^2_Λ), mais qui sont denses dans le compactifié de Bohr et tels que $L^\infty_\Lambda(\mathbb{T})$ ne soit pas séparable. Lorsque $p < 4/3$, ils pouvaient en plus assurer que Λ soit un *ensemble de convergence uniforme*. Pour $p = 4/3$, leur méthode ne permettait pas d'avoir la propriété de convergence uniforme, et il avait fallu qu'ils utilisent une autre méthode, reprenant une construction de Bourgain. Dans [ACL 49], ils complétent ce travail, en donnant une nouvelle preuve du cas $p = 4/3$, utilisant une inégalité de déviation (unilatérale) récente (2003) de Boucheron, Lugosi et Massart, et et montrent, en utilisant un résultat plus ancien de Kashin et Tzafriri, que pour $p > 4/3$, les ensembles obtenus par leur méthode ne sont, presque sûrement, pas des ensembles de convergence uniforme.

Géométrie des espaces de Banach. Dans [ACL 7], P. Lefèvre obtient une caractérisation des opérateurs faiblements compacts dont le domaine est l'algèbre du disque $A(\mathbb{D})$ ou H^∞, en terme d'absolue continuité. Un tel critère était déjà connu pour C (Niculescu) et plus généralement pour les C^*-algèbres (Jarchow). Il démontre qu'un opérateur T, borné de l'algèbre du disque $A(\mathbb{D})$, à valeurs dans un espace de Banach Y, est faiblement compact si et seulement s'il existe une mesure de probabilité σ sur $\mathbb{T}$ telle que pour tout $\varepsilon > 0$, on puisse trouver $k_\varepsilon > 0$ vérifiant : $\|T(f)\| \leq k_\varepsilon \|f\|_{L^1(\sigma)} + \varepsilon \|f\|_\infty$, pour toute $f \in A(\mathbb{D})$. Une version adaptée existe pour H^∞ ; dans ce cas, il a une amélioration : la norme L^1 est relative à la mesure de Lebesgue, mais il faut ajouter une hypothèse de continuité préfaible de l'opérateur (que l'on ne peut éviter). Une version pour les espaces d'Orlicz est donnée dans [ACL 52] : voir ci-dessous. Comme conséquence de ces résultats, P. Lefèvre retrouve facilement que la faible compacité et la compacité coïncident pour les opérateurs de composition sur $A(\mathbb{D})$ ou H^∞. D'ailleurs toutes les classes usuelles d'idéaux d'opérateurs coïncident dans ce cas. La caractérisation sur le symbole est alors donnée par la condition $\|\varphi\|_\infty < 1$. Ceci est repris et généralisé dans [PRÉ 10] où P. Lefèvre calcule la norme essentielle des opérateurs de composition lorsqu'un poids est ajouté (ce qui revient à traiter conjointement les opérateurs de multiplication). En fait, les résultats sont même plus généraux puisque la norme essentielle usuelle (distance aux opérateurs compacts) peut être remplacée par la distance à d'autres idéaux. Les techniques utilisées s'adaptent pour obtenir des résultats similaires en remplaçant l'espace H^∞ par l'espace $\mathcal{H}^\infty$ des séries de Dirichlet bornées ([ACL 57]), dont la géométrie est pourtant différente de celle de H^∞.

L'article [ACL 52] de P. Lefèvre, D. Li *et al.* concerne les espaces d'Orlicz. L'espace de Morse-Transue M^Ψ est le sous-espace de l'espace d'Orlicz L^Ψ engendré par L^∞. Nous donnons un critère nécessaire et suffisant pour qu'un opérateur $T\colon X \to Y$, défini sur un sous-espace X de M^Ψ ne soit un isomorphisme sur aucun sous-espace isomorphe à c_0. Lorsque la fonction d'Orlicz conjuguée vérifie la condition usuelle Δ_2, cela caractérise les opérateurs faiblement compacts définis sur X. Sous une condition de croissance pour Ψ, la condition Δ^0 : $\lim_{x\to+\infty} \frac{\Psi(\beta x)}{\Psi(x)} = +\infty$, pour un $\beta > 1$, cette condition nécessaire et suffisante s'exprime plus agéablement : pour tout $\varepsilon > 0$, il existe $C_\varepsilon > 0$ telle que $\|T(f)\| \leq C_\varepsilon \|f\|_2 + \varepsilon \|f\|_\Psi$, pour toute $f \in X$. Ce critère est utilisé dans [ACL 55] (voir la partie sur les opérateurs de composition). Une fonction d'Orlicz Ψ ne vérifiant pas Δ^0, mais dont la conjuguée vérifie Δ_2 et pour laquelle la faible compacité de T n'entraîne pas la condition ci-dessus est construite. Cet exemple est repris dans [PRÉ 11] pour obtenir un opérateur de composition non compact sur H^Ψ, mais compact sur les H^p, $1 \leq p < \infty$, alors que $H^{3+\varepsilon} \subseteq H^\Psi \subseteq H^3$ pour tout $\varepsilon > 0$ (voir la partie sur les opérateurs de composition).

Dans [ACL 45], il est donné des preuves simples de résultats connus. D'une part, P. Lefèvre, D. Li *et al.* montrent que tout espace M-idéal de son bidual possède la propriété (V) de Pełczyński ; la preuve originelle de Godefroy et Saab (1986) utilisait la réflexivité locale et la notion de *pseudo-boule* ; ils évitent cette notion, en utilisant la version de Bellenot du principe de réflexivité locale, ce qui rend la preuve plus transparente. Cela s'applique, en particulier à l'espace de Morse-Transue M^{Ψ}, lorsque la fonction d'Orlicz conjuguée vérifie la condition Δ_2. Dans une seconde partie, ils donnent une preuve directe du fait que l'espace d'Orlicz L^{Ψ} possède cette propriété (V) (toujours lorsque $\Psi^* \in \Delta_2$) ; D. Leung (1988) avait prouvé un résultat plus fort, à savoir que toutes les ultrapuissances de L^{Ψ} ont cette propriété, mais cela utilisait des résultats non triviaux sur les treillis de Banach.

Dans la dernière partie de sa thèse ([TH 1], [ACL 44]), E. Lavergne s'intéresse aux espaces d'Orlicz L^{Φ}, avec une fonction d'Orlicz Φ dont la conjuguée Ψ vérifie la condition Δ^0 : $\lim_{x\to\infty} \Psi(\beta x)/\Psi(x) = +\infty$ pour un $\beta > 1$. Elle montre d'une part, en utilisant un résultat de J. Bretagnolle et D. Dacunha-Castelle, et la notion d'indice de Matuszewska-Orlicz, que ces espaces se plongent isomorphiquement dans L^1, et, d'autre part, que les sous-espaces réflexifs de L^{Φ} sont fermés pour la norme de L^1 ; ce sont donc des sous-espaces réflexifs de L^1 (et on peut leur appliquer le Théorème de Rosenthal). Pour montrer ce dernier résultat, elle utilise une caractérisation des parties faiblement relativement compactes de L^{Φ}, en termes de norme *uniformément absolument continue*, due à J. Alexopoulos, dont elle donne une nouvelle preuve, en utilisant un résultat récent de P. Lefèvre, D. Li, H. Queffélec et L.Rodríguez-Piazza ([ACL 52] : voir ci-dessus). Enfin elle montre que l'espace d'Orlicz $L^{\Phi}(0,1)$ réflexif construit par F. Hernández et V. Peirats, basé sur l'espace ℓ_{Φ} construit par J. Lindenstrauss et L. Tzafriri, ne se plonge isomorphiquement dans aucun espace L^p.

Les articles [ACL 1] et [ACL 2] sont issus de la thèse de M. Ed-dari (soutenue en octobre 2003 sous la direction de D. Li) et de ses prolongements. Ils concernent la notion d'indice numérique des espaces de Banach, c'est-à-dire le décalage qu'il existe entre la norme des opérateurs sur cet espace et leur rayon numérique. A part les cas $p = 1, \infty$ et $p = 2$, le problème de la détermination de l'indice $n(\ell_p)$ de ℓ_p était complètement ouvert. E. Ed-dari a donné les estimations partielles : $n(\ell_p) \leq n(\ell_p^{k+1}) \leq n(\ell_p^k) \leq n(\ell_p^2) \leq M_p$, M_p étant une constante explicite, et $n(\ell_p^2) \geq M_p/2$. Il a de plus montré que $n(\ell_p) \leq n\big(L^p(0,1)\big)$.

P. Lefèvre a assuré l'essentiel de l'encadrement de la thèse de I. Al-Alam (inscrit officiellement à Lille 1, et devant soutenir en octobre 2008). Un article issu de la thèse est déjà publié : *A Müntz space having no complement in L_1 Proc. Amer. Math. Soc.* 136, no. 1 (2008), 193–201, et un autre est en préparation.

Fonctions définies positives. F. Derrien étudie comment caractériser les fonctions continues sur $\mathbb{R}^n$ de type positif strict. Il s'agit d'un raffinement d'un théorème de Bochner qui affirme que les fonctions continues de type positif sont les transformées de Fourier des mesures positives intégrables. Le caractère positif strict se ramène à l'étude des zéros des polynômes trigonométriques complexes. Plus précisément, il cherche des conditions sur un ensemble pour que tout polynôme trigonométrique s'y annulant soitidentiquement nul. F. Derrien montre par exemple ([PRÉ 1]) que la transformée de Fourier d'une mesure positive intégrable dont le support contient un des ensembles X suivants est une fonction de type positif strict sur $\mathbb{R}$:

a) $X = \{x_n = y_n + \psi(y_n)\,;\ n \in \mathbb{N}^*\}$ où (y_n) est une suite de Hartman dans $\mathbb{R}$ et $\psi \in AP$, l'ensemble des fonctions réelles presque périodiques ;

b) $X = \{x_n = y_n + \psi(y_n) + \epsilon_n\,;\ n \in \mathbb{N}^*\}$, où (y_n) est une suite de Hartman dans $\mathbb{Z}$, $\psi \in AP$ et (ϵ_n) est une suite de réels non nuls telle que $\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} |\epsilon_n| = 0$;

c) $X = \{x_n = p(n) + \psi\big(p(n)\big) + \epsilon_n\,;\ n \in E\}$, où p est un polynôme réel, $\psi \in AP$, $E \subseteq \mathbb{N}^*$ un ensemble épais et (ϵ_n) une suite de réels non nuls telle que $\lim_{n\in E, n\to\infty} \epsilon_n = 0$.

Rappelons que (y_n) est une suite de Hartman si $\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} \mathrm{e}^{ity_n} = 0$ pour tout $t \neq 0$ (autrement dit, avec la terminologie utilisée pour les ensembles minces, elle est uniformément distribuée), et qu'un ensemble est épais s'il contient des intervalles arbitrairement longs.

Ces travaux en lien étroit avec l'interpolation des fonctions, utilisent la théorie de l'uniforme répartition des suites, l'approximation diophantienne simultanée ou encore le théorème de Levin sur la répartition des zéros des fonctions holomorphes presque-périodiques à spectre borné.

Un autre axe de recherche de F. Derrien concerne l'interpolation par les translatées d'une fonction. Il s'agit de donner des conditions sur $\varphi\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ afin que la matrice $\big(\varphi(x_i - x_j)\big)_{i,j=1}^{n}$ soit inversible pour tous $x_1 < \cdots < x_n$ et tout $n > 1$. Quelques résultats partiels ont été obtenus lorsque l'on considère φ dans la classe des fonctions conditionnellement définies positives.

Travaux d'É. Matheron, *recruté en 2008.*

Théorie descriptive des ensembles. Ce domaine concerne les interactions entre les propriétés structurelles d'une famille de compacts (par exemple, sa stabilité par certaines opérations) et la complexité topologique de cette famille. Cette thématique a été initiée par les travaux de Kechris, Louveau, Woodin, Debs, Saint Raymond (entre autres) dans les années 1980, lesquels étaient motivés par des questions d'Analyse Harmonique. Dans ce qui suit, X est un espace polonais (*i.e.* un espace topologique séparable et complètement métrisable), et $\mathcal{K}(X)$ est l'espace des compacts de X, muni de sa topologie (polonaise) naturelle.

Dans [ACL 9], E. Matheron, en collaboration avec M. Zelený, montre deux résultats principaux. Le premier dit que si $\mathcal{I}$ est une partie comaigre de $\mathcal{K}(X)$ et héréditaire pour l'inclusion, alors $\mathcal{I}$ contient un G_δ dense de $\mathcal{K}(X)$ qui est lui aussi héréditaire, sous une hypothèse raisonnable de complexité ($\mathcal{I}$ est coanalytique dans $\mathcal{K}(X)$), ou sans aucune hypothèse moyennant un axiome de détermination de jeux. C'est un énoncé plaisant, car très simple et potentiellement utile. Le deuxième résultat principal de [ACL 9] (qui utilise le premier) est un théorème "abstrait" assez général qui place dans un même cadre des résultats classiques de Mycielski, Rudin et Debs-Saint Raymond. Il s'agit d'énoncés du type "il existe un compact qui est à la fois gros et petit". De façon un peu plus précise, il est montré que si (P) est une condition de petitesse définissant une partie non maigre de $\mathcal{K}(X)$ et si B est une famille de mesures de probabilité sur X "ressemblant à c_0" (en un sens à préciser), alors on peut trouver des compacts qui portent une mesure de la famille B et dont toutes les parties finies sont petites au sens de (P). Comme applications typiques, on retrouve le vieux résultat de Rudin sur l'existence d'ensembles de type M_0 indépendants, et le théorème de Debs-Saint Raymond sur les ensembles boréliens d'unicité au sens large. Il est intéressant de noter que les démonstrations de Rudin et Debs-Saint Raymond n'ont rigoureusement rien en commun.

Dans [ACL 27], É. Matheron, en collaboration avec S. Solecki et M. Zelený, obtient un résultat de "trichotomie" pour les idéaux de compacts. C'est un résultat du même type que le théorème de dichotomie de Kechris, Louveau et Woodin pour les σ-idéaux de compacts. Un *idéal* de $\mathcal{K}(X)$ est une partie de $\mathcal{K}(X)$ héréditaire pour l'inclusion et stable par réunions finies ; un *σ-idéal* est une famille héréditaire stable par réunions dénombrables. Le théorème de dichotomie dit qu'un σ-idéal de $\mathcal{K}(X)$ est soit G_δ, soit non-borélien dans $\mathcal{K}(X)$. Dans [ACL 27], on montre que si $\mathcal{I} \subset \mathcal{K}(X)$ est un idéal "suffisamment riche" (par exemple, si $\mathcal{I}$ est non-maigre dans $\mathcal{K}(X)$), alors ou bien $\mathcal{I}$ est un σ-idéal dans un certain ouvert non-vide $V \subset X$, ou bien $\mathcal{I}$ n'est pas $G_{\delta\sigma}$, ou bien $\mathcal{I}$ n'est pas $F_{\sigma\delta}$. C'est assez peu "spectaculaire", mais il y a beaucoup d'applications, et pas seulement en Analyse Harmonique.

L'article [ACL 39] est un panorama ("survey") assez volumineux principalement consacré aux idéaux et σ-idéaux de fermés. É. Matheron, avec M. Zelený, y a rassemblé de nombreux résultats éparpillés dans la littérature, en améliorant certaines démonstrations et en plaçant dans une perspective commune des résultats dont les liens étaient peut-être passés inaperçus. Ils y ont également inclus quelques résultats originaux.

Théorie des jeux infinis et espaces de Banach. Dans l'article [ACL 38], É. Matheron, en collaboration avec R. Deville, étudie une famille de jeux infinis à deux joueurs, **I** et **II**. Le joueur **I** joue des points $a_0, a_1, \ldots$ dans la boule unité d'un espace de Banach X, et le joueur **II** joue des sous-espaces affines $M_0, M_1, \ldots$ pris dans une certaine famille $\mathcal{F}$. Á chaque étape, on doit avoir $M_n \ni a_n$ et $a_{n+1} \in M_n$. Le joueur **II** gagne si la suite (a_n) produite par le jeu est convergente. Dans le plan, ce jeu a été introduit par J. Malý et M. Zelený. Leur motivation était de simplifier la preuve d'un résultat remarquable de Buczolich montrant que le gradient d'une fonction différentiable $u : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ peut avoir un comportement pathologique : il se peut que l'ensemble $\{\|\nabla u\| < 1\}$ soit non-vide mais de mesure de Lebesgue nulle. Dans [ACL 38], il est montré que l'existence d'une stratégie gagnante pour **II** est très étroitement liée à la géométrie de l'espace de Banach X. En particulier, le jeu "points–hyperplans" caractérise la propriété de Radon-Nikodym, et le jeu "points–sous-espaces de co-dimension finie" caractérise la propriété dite des points de continuité. Ils montrent ensuite comment un jeu du type précédent peut être utilisé pour construire des solutions pathologiques de l'équation Eikonale $\|\nabla u\| = 1$ sur $\mathbb{R}^d$, $d \geq 2$, et en fait pour des équations plus générales du type $F(\nabla u) = 0$.

Dynamique des opérateurs linéaires. Rappelons deux définitions. Un opérateur linéaire T agissant sur un espace vectoriel X est dit *hypercyclique* s'il possède une orbite dense, et *supercyclique* s'il existe un vecteur $x \in X$ tel que $\{\lambda T^n(x);\ n \in \mathbb{N}, \lambda \in \mathbb{K}\}$ est dense dans X. Quand X est un espace de Fréchet, un opérateur hypercyclique possède toujours un G_δ dense de vecteurs hypercycliques.

Dans [ACL 10], en collaboration avec F. Bayart, É. Matheron étudie des formes faibles de la notion de supercyclicité. En particulier, ils montrent d'une part qu'un opérateur hyponormal et supercyclique pour la topologie faible de l'espace de Hilbert sous-jacent est nécessairement multiple d'un opérateur unitaire ; et d'autre part qu'il existe effectivement des opérateurs unitaires faiblement supercycliques. Plus précisément, si μ est une mesure de probabilité continue sur $\mathbb{T}$ dont le support est un ensemble de Helson de constante 1, alors l'opérateur de multiplication par la variable z est faiblement hypercyclique sur $L^2(\mu)$. Ce résultat a semble-t-il surpris les spécialistes du sujet, l'intrusion des ensembles minces de l'analyse harmonique étant a priori inattendue.

Dans [ACL 36], É. Matheron, avec F. Bayart, s'intéresse au problème de l'hypercyclicité simultanée pour une famille non dénombrable d'opérateurs. D'après le Théorème de Baire, si $(T_\lambda)_{\lambda\in\Lambda}$ est une famille dénombrable d'opérateurs hypercycliques agisssant sur un même espace de Fréchet X, alors les T_λ possèdent des vecteurs hypercycliques communs. Le cas d'une famille non dénombrable a été abondamment étudié ces dernières années. Dans [ACL 36], une condition suffisante d'hypercyclicité simultanée assez fine est obtenue pour des familles à un paramètre de shifts à poids, ainsi qu'un résultat d'universalité simultanée pour des opérateurs de translato-dilatation sur l'espace des fonctions entières. Enfin, É. Matheron et F. Bayart donnent un critère général d'hypercyclicité simultanée pour une famille à un paramètre d'opérateurs sur un espace de Banach. Ce critère dépend de la géométrie (plus précisément, du *type*) de l'espace de Banach X, et sa démonstration utilise simultanément des arguments de catégorie de Baire et un résultat probabiliste non trivial (le Théorème de Dudley), ce qui est un peu inhabituel.

Dans [ACL 50], É. Matheron, en collaboration avec F. Bayart et P. Moreau, examine la "petitesse" de l'ensemble des vecteurs non hypercycliques pour un opérateur hypercyclique donné. On sait que cet ensemble est toujours maigre dans l'espace de Fréchet sous-jacent. Dans [ACL 50], É. Matheron *et al.* considèrent deux autres notions de petitesse : la porosité, et la Haar-négligeabilité. Ils montrent en particulier que si T est un shift à poids possèdant au moins une orbite restant loin de 0, alors l'ensemble des vecteurs non hypercycliques n'est pas σ-poreux. À l'opposé, ils donnent un critère pour qu'un opérateur soit "σ-poreux hypercyclique", qui s'applique par exemple à certains shifts à poids très irréguliers construits par Preiss, et aux opérateurs de translation sur l'espace des fonctions entières $\mathcal{H}(\mathbb{C})$.

L'article [ACL 37] concerne le "grand problème ouvert" de la dynamique linéaire. Ce problème peut s'énoncer comme suit : si un opérateur T agissant sur un espace de Fréchet X est hypercyclique, l'opérateur $T \times T$ est-il également hypercyclique sur $X \times X$? Autrement dit : un opérateur topologiquement ergodique est-il toujours *faiblement mélangeant* ? M. De La Rosa et C. J. Read ont résolu négativement ce problème en 2006, en construisant un espace de Banach X sur lequel un contre-exemple existe. Cependant, leur espace semble très éloigné d'un espace de Banach "classique". Dans [ACL 37], É. Matheron et F. Bayart montrent qu'il est possible de construire un opérateur hypercyclique non faiblement mélangeant sur de nombreux espaces classiques, et en particulier sur l'espace de Hilbert.

Dans [PRÉ 12], É. Matheron et F. Bayart s'intéressent à la "fréquence d'hypercyclicité maximale" d'un opérateur hypercyclique non faiblement mélangeant. La motivation initiale est un résultat Grosse-Erdmann et Peris d'après lequel tout opérateur *fréquemment hypercyclique* est faiblement mélangeant. Un opérateur $T \in \mathcal{L}(X)$ est dit fréquemment hypercyclique (notion introduite par F. Bayart et S. Grivaux) s'il existe un vecteur $x \in X$ tel que pour tout ouvert non-vide $V \subset X$, l'ensemble d'entiers $\mathbf{N}(x, V) := \{n \in \mathbb{N};\ T^n(x) \in V\}$ a une densité inférieure positive. Il est montré en particulier dans [PRÉ 12] que le résultat de Grosse-Erdmann et Peris est optimal au moins pour $X = \ell^1$. De façon précise, pour toute suite strictement croissante d'entiers (m_k) telle que $m_k/k \to \infty$, on peut construire un opérateur sur ℓ^1 non faiblement mélangeant mais cependant (m_k)-*hypercyclique* au sens suivant : il existe un vecteur x tel que chaque ensemble $\mathbf{N}(x, V)$ a une croissance en $O\,(m_k)$. Pour des espaces plus généraux, ils obtiennent un résultat du même type qui s'énonce en termes d'une propriété de lacunarité de type "Sidon".

É. Matheron co-dirige, avec J. Esterle, la thèse de P. Moreau, qu'il va prochainement soutenir à l'Université de Bordeaux 1.

C. Equipe de Didactique et Histoire des Mathématiques

Histoire de l'Algèbre. Le cadre général dans lequel prennent place les travaux de F. Brechenmacher est celui d'une histoire des pratiques algébriques sur une période antérieure à l'élaboration des théories algébriques qui unifieront ces pratiques et leur donneront l'identité de méthodes (1870-1945). Un premier objectif vise une meilleure compréhension de ce que Jean Dieudonné décrivait en 1978 comme un "processus de linéarisation", processus long et complexe aboutissant à l'émergence, dans les années trente du XXe siècle, de l'algèbre linéaire. Synthèse renvoyant à des méthodes et des notions développées dans des cadres théoriques distincts sur une période longue, l'algèbre linéaire a toujours été abordée sous l'angle de l'histoire d'une théorie, d'une notion, d'un mode de raisonnement et, plus généralement, comme une réorganisation du savoir mathématique autour de notions qualifiées d'abstraites, unificatrices et structurelles comme les groupes, les modules ou les espaces vectoriels. Les travaux de F. Brechenmacher ont proposé une approche différente en montrant le rôle joué par des pratiques opératoires élaborées dans des cadres théoriques divers comme la physique mathématique, la géométrie ou l'arithmétique. Ces travaux amènent à rouvrir le chantier de l'histoire de l'algèbre linéaire, une discipline mathématique dont l'émergence participe de manière essentielle à la "modernité" des années 1900-1930 et dont l'étude ouvre de nouvelles perspectives à l'historiographie de cette période. Les diverses pratiques de décompositions mises en évidence dans ses travaux font apparaître diverses modalités de traitement de la généralité ; loin d'être abstraites, elles sont souvent indissociables de formes de représentations imagées auxquelles elles confèrent des dimensions opératoires. Avant qu'un cadre général comme celui de l'algèbre linéaire permette d'envisager des structures sous-tendant les pratiques algébriques, le caractère algébrique d'une pratique ne porte le plus souvent pas de signification propre mais acquiert des représentations diverses aux seins de différentes méthodes dans des cadres théoriques variés. Ces représentations donnent souvent accès à des aspects culturels des mathématiques comme des idéaux, des savoirs tacites et des philosophies internes. De ce fait, les recherches de F. Brechenmacher dépassent le seul cadre de l'histoire des sciences mathématiques ; elles interrogent plus généralement l'histoire de la pensée et l'histoire culturelle. Les pratiques permettent notamment d'isoler des réseaux d'auteurs et, par conséquent, de mieux comprendre comment les textes circulent et sont lus à différents niveaux au début du XXe siècle. Il a montré par exemple la permanence d'une pratique algébrique dans les différentes méthodes élaborées par Jordan dans des cadres théoriques variés comme la théorie des groupes et la physique mathématique. De la méthode théorique qu'il avait élaborée entre 1865 et 1870 pour caractériser les équations algébriques résolubles par radicaux, Jordan développe une pratique algébrique de "réduction" d'un problème général en une "suite" de problèmes "simples" qu'il applique à des domaines variés comme les systèmes d'équations différentielles linéaires (1871) et non linéaires (1872-1874), la théorie des formes bilinéaires et quadratiques (1874) et l'intégration algébrique des équations différentielles (1878). Cette pratique de Jordan qui ne se réduit pas à une méthode ou une théorie avant l'élaboration de la théorie des matrices dans les années trente du XXe siècle aura un héritage au sein d'un réseau de travaux articulant physique mathématique, géométrie et arithmétique chez des auteurs comme Poincaré, Autonne ou Châtelet. Cette pratique de réduction canonique est indissociable d'aspects culturels comme une certaine philosophie de la généralité indissociable d'un idéal de simplicité, aspects très différents de ceux que l'on trouve dans d'autres réseaux de la même époque comme, notamment, celui de la pratique de calculs d'invariants s'organisant autour des travaux de Frobenius sur les formes bilinéaires.

Didactique des Mathématiques. Accordant une place particulière et novatrice au rôle du langage dans le processus de conceptualisation, dans le cadre de l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques, les travaux de recherche d'Anne-Cécile Mathé ont pour principal objectif d'apporter une contribution sur ce que les interactions langagières permettent de faire en classe de mathématiques et sur certains moyens permettant de les utiliser pour favoriser, permettre l'apprentissage.

À partir de l'analyse d'un dispositif d'Atelier de géométrie en cycle 3, la thèse d'A.-C. Mathé ([AP 1]) montre comment les « jeux de langage » produits par la résolution de situations problématiques sur les solides peuvent favoriser la construction par les élèves de nouvelles connaissances relatives à un vocabulaire spécifique et à des références partagées en géométrie à la fin de l'école primaire. Ce travail s'ancre sur une analyse des conditions et des modalités de l'élaboration de références partagées dans le contexte de la classe de géométrie, permise par l'enrichissement du cadre théorique de la Théorie des Situations Didactiques (G. Brousseau) avec des outils conceptuels issus de la sémantique logique. En complément, dans l'optique de saisir et de comprendre les modalités de gestion des situations par l'enseignant ayant permis de faire fonctionner le langage en situation pour la construction d'un vocabulaire de géométrie spécifique et partagé, A.-C. Mathé développe une analyse des gestes de l'enseignant dans le dispositif étudié grâce à l'élaboration d'une méthodologie originale. Celle-ci met en œuvre une utilisation des travaux de Sensevy *et al.* (2000, 2002) qui offrent un cadre théorique pour l'étude des pratiques effectives.

Elle s'appuie également sur les travaux de Dumas-Carré, Weil-Barais *et al.* (1998) qui, en proposant la caractérisation de la position de l'enseignant en classe en termes de tutelle ou de médiation, permettent une plus grande prise en compte de la dimension interactive de la construction de connaissances en classe.

Ce travail de thèse a donné lieu à la publication d'articles ([OS 4], [ACT 8]), à des communications diverses et s'est enrichi grâce à des collaborations, dans le cadre par exemple de l'animation d'un Atelier à l'École d'Été de Didactique des Mathématiques en août 2007.

Travaux de T. de Vittori, *recruté en 2008.*

Épistémologie et histoire des mathématiques. Dans son travail de thèse sur la géométrie entre l'Antiquité et l'Âge Classique, T. de Vittori a pu mettre en évidence, à travers la notion de lieu, la genèse du concept d'espace au cours de ces deux mille années de recherches mathématiques. En lien avec les recherches du CHSPAM, cette première partie de l'étude lui a permis de constituer le noyau mathématique de cette problématique et de tracer la trame d'une histoire de l'espace géométrique. Une part de ses travaux consistent à poursuivre l'étude du corpus mathématiques traitant de ces questions. Plus particulièrement, après avoir étudié la période arabe médiévale en suivant les publications du Professeur Roshdi Rashed et des chercheurs du CHSPAM, il aborde maintenant, en collaboration avec Evelyne Barbin (Centre F. Viète - Nantes) et Jean Celeyrette (Savoirs, Textes, Langages–Lille III), la période de la Renaissance (de Vinci, Galilée, Patrizi, ...) pour laquelle la nature des problématiques évoquées précédemment reste à éclaircir.

Didactique de l'histoire des mathématiques et des sciences. En lien très étroit avec ses travaux en histoire des sciences, le deuxième axe de recherche de T. de Vittori porte sur la place de l'épistémologie et de l'histoire dans l'enseignement des sciences. Principalement centrés sur la préprofessionnalisation des enseignants, ses travaux s'insèrent dans le cadre de recherches menées conjointement par plusieurs laboratoires de didactiques (LIRDEF, CERSE, PaHST, CREAD) et participent à l'élaboration et au développement d'une didactique de l'histoire des sciences au sein d'une structure inter-IUFM (Groupe ReForEHST). Par l'intermédiaire de séquences filmées, tant dans des classes que lors de séances de formation d'enseignants, l'analyse consiste à confronter les objectifs *a priori* de la séance (issus d'un entretien préalable) à leur résultat afin d'approfondir les types de savoirs mis en jeu, tant les savoirs mathématiques qu'épistémologiques et historiques.

Concernant la formation des maîtres en épistémologie et histoire des sciences en IUFM, les enquêtes menées en 2005 ont montré que les pratiques s'articulent pour l'essentiel autour d'études de textes primaires, en présentiel. Mais, du fait du développement des TIC , ces méthodes tendent à prendre maintenant des formes nouvelles *via* les ressources en ligne : en présentiel, à distance ou encore en mode mixte présentiel/à distance. Les premiers travaux de T. de Vittori ([ACT 9]) sur les différences entre les représentations des élèves et des professeurs ouvrent des perspectives quant à l'élaboration de tels scénarios de formation, des dispositifs informatiques qui leur sont associés, leur analyse et leur évaluation. Ces recherches s'inscrivent dans le cadre du projet européen *Mind the gap.*

Travaux de C. Mangiante, *recrutée en 2008.*

Dans sa thèse ([AP 2]), C. Mangiante étudie comment se forment et se stabilisent les pratiques de trois Professeurs des Écoles lors de leur année de formation professionnelle puis lors de leur première année d'exercice en tant que titulaires grâce à une méthodologie originale qui emprunte à la fois à la didactique des Mathématiques et à l'ergonomie cognitive. Ce travail s'inscrit donc dans la perspective des travaux développés dans le cadre de la double approche (Robert, Rogalski).

Le modèle d'analyse mis au point permet de décrire l'activité du maître comme un processus de modifications de la tâche prescrite. L'étude de séances menées au cours d'Ateliers d'Analyse de Pratiques Professionnelles (dispositif de formation centrée sur l'analyse des pratiques effectives des professeurs novices) complétée par celle de séances menées au cours de la première année d'exercice rend compte de la trajectoire personnelle de chacun des enseignants suivis et permet d'approcher la cohérence en germe dans ses pratiques.

Cette cohérence se manifeste à travers des régularités intrapersonnelles dans la façon de modifier la tâche prescrite à différents niveaux (ceux de la représentation, de la redéfinition ou de la réalisation de la tâche). De l'élaboration du projet jusqu'à sa mise en œuvre, chaque enseignant puise des informations afin d'être guidé dans ses choix, mesurer les contraintes auxquels il est soumis et investir une certaine marge de manœuvre. Ce travail montre comment la manière dont le professeur stagiaire puis le professeur débutant utilise les trois sources d'aides et de contraintes que sont les prescriptions et ressources institutionnelles (la tâche prescrite par le formateur puis par l'institution), l'activité du maître et l'activité de l'élève caractérise les pratiques de chacun.

L'analyse de l'évolution des pratiques observées permet de mieux comprendre comment ces pratiques sont marquées par des éléments prédéterminés qui conditionnent l'activité de l'enseignant mais aussi son évolution. Tout n'est pas fixé en formation initiale mais un champ de possibles est ouvert.

D. Equipe de Géométrie

D. 1. Géométrie Algébrique

Courbes hyperelliptiques. On sait construire toutes les solutions de l'équation de Kadomtsev-Petviashvili (KP) doublement périodiques par rapport à la variable t ou, plus généralement, le d-ième flot de KP. D'autre part, si Y est est une courbe hyperelliptique et p est un point fixé par l'involution hyperelliptique de Y, les solutions de KP associées à (Y, p) sont en fait des solutions de l'équation de Korteweg-deVries (KdV). Par exemple : que peut-on dire sur les solutions $v(x,t)$ de KdV doublement périodiques en t ? Comment construire les courbes spectrales associées ? Y en a-t-il en tout genre ? Y a-t-il un lien entre le genre g et le nombre n des pôles, pour x générique, de la solution $v(x,t)$? Ce cas a été traité en profondeur dans la thèse de Pierre Flédrich (dirigée par A. Treibich, et soutenue en décembre 2003), lequel a prouvé l'existence d'une infinité de pinceaux de telles courbes, donnant lieu à des solutions doublement périodiques en t. Ces résultats, ainsi que des améliorations supplémentaires, ont été développés de façon plus succincte par P. Flédrich et A. Treibich dans [ACL 29].

A. Treibich a ensuite étudié, quel que soit $d > 1$, les courbes hyperelliptiques pointées (Y, p) apparaissant ci-dessus, mais donnant naissance, cette fois-ci, à des solutions de KdV, doublement périodiques par rapport au d-ième flot de KdV. S'appuyant sur des résultats antérieurs pour le cas $d = 1$ (A. Treibich et J.-L. Verdier, *Solitons Elliptiques*, Progress in Mathematics, vol. 88, *The Grothendieck Festschrift*, Ed. Birkhäuser (1990), p. 437–479 ; A. Treibich, *Matrix elliptic solitons*, *Duke Math. J.* 90, no 3 (1997), 523–547), et en s'inspirant des améliorations apportées aux résultats de la thèse de Doctorat de Pierre Flédrich dans [ACL 29], A. Treibich a pu généraliser dans [ACL 41] les résultats précédents, allant jusqu'à englober le cas des solutions de la hiérarchie de KdV, doublement périodiques par rapport au d-ième flot de KdV.

Les courbes pointées en question sont canoniquement munies d'une projection sur une courbe elliptique X, et appelées revêtements hyperelliptiques d-osculateurs car pouvant être caractérisées géométriquement p l'intщrieur de leur jacobienne. Il en résulte, en particulier, des résultats portant sur les espaces de modules de revêtements de la courbe elliptique X par une courbe hyperelliptique arbitraire, développés dans [PRÉ 17].

Morphismes du plan projectif – Points infiniment voisins. Les morphismes non constants $\mathbb{P}^2 \to Gr\,(2, \mathbb{C}^4)$ sont déterminés par la donnée de fibrés de rang 2 engendrés par quatre sections ; ils déterminent, chacun, une classe de cohomologie de $H^4\big(Gr(2, \mathbb{C}^4)\big) = \mathbb{Z}[c_2(Q)] \oplus Z[c_2(S)]$, où $c_2(Q)$ et $c_2(S)$ sont les deuxièmes classes de Chern de Q et S, respectivement ; Q et S étant les fibrés de rang 2 définis par la suite exacte universelle sur $Gr(2, \mathbb{C}^4)$:

$$0 \to S \to \mathbb{C}^4 \otimes \mathcal{O}_{Gr(2,\mathbb{C}^4)} \to Q \to 0.$$

La classe de cohomologie déterminée par le morphisme est $(a, c^2 - a)$ avec $c > 0$ et $0 \leq a \leq c^2$.

A. El Mazouni, en collaboration avec F. Laytimi and D. S. Nagaraj, étudie dans [PRÉ 4] les classes de cohomologie de $H^4(Gr(2, \mathbb{C}^4)$ représentées par les images de $\mathbb{P}^2$ dans $Gr(2, \mathbb{C}^4)$. Il montre qu'il n'existe pas de morphisme $\Phi\colon \mathbb{P}^2 \to Gr(2, \mathbb{C}^4)$ tel que la classe de cohomologie déterminée par le morphisme Φ soit $(1, 15)$, mais que Φ existe lorsque la classe de cohomologie est $\big(ab, (a+b)^2 - ab\big)$, pour tous a, b entiers strictement positifs tels que $a + b > 0$. Comme conséquence, il obtient, pour tout entier $n \geq 1$, l'existence de morphismes $f_n\colon \mathbb{P}^2 \to Gr(2, \mathbb{C}^4)$ tels que le morphisme soit birationnel avec son image et $f_n^*\big(\mathcal{O}_{Gr(2,\mathbb{C}^4)}(1)\big) = \mathcal{O}_{\mathbb{P}^2}(n)$.

Dans [PRÉ 3], A. El Mazouni entreprend d'écrire une version moderne de résultats obtenus vers 1880 par G.Halphen, sur les points infiniment voisins d'ordre donné d de points de l'espace projectif $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$. Le cas $n = 2$, $d \leq 9$ a été traité précédemment par lui dans *Bull. Soc. Math. France* 124 (1996), no.

3, 425–455. Il s'agit d'associer à un germe, au voisinage de 0, de fonction analytique $t \mapsto x(t) \in \mathbb{C}^{n+1}$, définissant une courbe analytique de $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$, des fonctions de t dépendant seulement des dérivées d'ordre $< d$ de x, et qui se transforment "essentiellement" en elles-mêmes lorsque l'on modifie le paramètre t ou les coordonnées de $\mathbb{C}^{n+1}$. Il revient au même de chercher les invariants, au sens de Laguerre, d'une équation différentielle linéaire d'ordre $n+1$. L'idée directrice d'Halphen était de définir une représentation paramétrique intrinsèque, analogue à la représentation par la longueur de l'arc dans le cas des courbes de l'espace euclidien, *i.e.* une fonction multiforme de t qui soit invariante, de degré 0 et de poids 1. Dans le cas $n = 2$ une telle fonction est $V^{1/3}U$ où U, le wronskien, et V sont les deux premiers invariants, d'ordres respectifs 3 et 6. Halphen avait esquissé la définition correspondante pour n quelconque : il s'agit de construire l'analogue de V. A. El Mazouni construit pour cela dans [PRÉ 3], par élimination, un système globalement invariant d'équations différentielles définissant la courbe normale de degré n de $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$; l'invariant V étant l'unique équation d'ordre minimal $n+3$ de ce système. Il donne une description de cet invariant, par récurrence sur n et éclatement (projection du point considéré). La propriété d'invariance est alors immédiate. Une fois construite la représentation paramétrique intrinsèque, il obtient une base d'invariants en formant l'équation différentielle linéaire, unique, normalisée de façon à annuler le coefficient de x', vérifiée par l'arc vis-à-vis de cette variable. En prenant les dérivées successives des coefficients de ces invariants, il obtient ainsi la rationalité des invariants différentiels d'ordre $\leq d$ de $\mathbb{P}^n(\mathbb{C})$. Cela a des applications à la rationalité de certains espaces de modules de courbes pointées, comme par exemple le module des courbes pointées de genre 5.

D. 2. Géométrie et Physique mathématique

Dans [ACL 15], A. M. El Gradechi s'est intéressé à la caractérisation, par des méthodes de la *théorie de Lie*, des opérateurs bi-différentiels $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$-équivariants sur le demi-plan de Poincaré $\mathbb{H}$. L'équivariance est ici relative aux actions standards de $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ dans l'espace des fonctions holomorphes sur $\mathbb{H}$. A. M. El Gradechi montre ainsi que ces opérateurs sont en correspondance biunivoque avec les vecteurs singuliers du produit tensoriel de deux modules de Verma sur $\mathfrak{sl}_2$, la complexifiée de l'algèbre de Lie de $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$. Les propriétés de ces modules lui permettent de déterminer explicitement les opérateurs en question. Il retrouve parmi ceux-ci les crochets de Rankin–Cohen, bien connus et fort utiles dans la théorie des formes modulaires. Ces crochets sont ainsi placés dans un cadre plus large, dans lequel ils apparaissent comme des objets génériques. Leurs analogues exceptionnels, connus des physiciens théoriciens, apparaissent tout aussi naturellement dans ce cadre, qui leur fournit également une interprétation Lie théorique. Le formalisme développé permet à A. M. El Gradechi d'établir trois autres résultats :

(1) il construit des crochets du type Rankin–Cohen pour les formes modulaires de Hilbert,
(2) il donne une nouvelle preuve du rôle des crochets de Rankin–Cohen comme opérateurs d'entrelacement pour les représentations de la série discrète holomorphes de $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$,
(3) il relie de manière précise les opérations de transvection de la théorie classique des invariants aux crochets de Rankin–Cohen (des similarités entre ces deux opérations avaient en effet été observées auparavant par d'autres auteurs) ; en particulier, il montre que les seconds sont pour les représentations de la série discrète holomorphes de $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$, ce que les premiers sont pour les représentations de dimension finie du même groupe.

Dans [PRÉ 2], A. M. El Gradechi étend le formalisme développé et les résultats établis dans [ACL 15] au groupe de Jacobi (noté G dans ce qui suit), l'objectif principal étant la construction systématique de crochets de Rankin–Cohen pour les formes de Jacobi. Ces dernières jouent un rôle important en théorie des nombres (ce sont des formes automorphes sur G, tout comme les formes modulaires le sont sur $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$). Une des difficultés rencontrées dans ce travail réside dans le fait que G n'est pas un groupe de Lie réductif. De plus, sa théorie des représentations, n'est que partiellement développée dans la littérature. Il a donc été nécessaire, dans un premier temps, de remédier à cette situation. Ainsi, autour et au delà de l'objectif principal, A. M. El Gradechi apporte de nouvelles contributions à la théorie de la représentation de G, et retrouve, améliore et interprète, dans un cadre purement Lie théorique, des résultats récemment établis par d'autres auteurs à l'aide de méthodes issues de la théorie des nombres.

D. 3. Géométrie différentielle et Topologie Algébrique

Cohomologie d'intersection. L'homologie d'intersection $\mathbb{H}_*^{\bar{p}}(X)$ fut introduite par Goresky et MacPherson pour étendre la dualité de Poincaré aux variétés singulières. Ensuite, Brylinsky introduisit la cohomologie d'intersection $\mathbb{H}^*_{\bar{p}}(X)$ à l'aide des formes différentielles. Elles sont duales l'une de l'autre dans le sens suivant : $\mathbb{H}^*_{\bar{p}}(X) = \mathbb{H}_*^{\bar{t}-\bar{p}}(X)$, où p est une perversité (au sens de Goresky-MacPherson) et $\bar{t}$ est la top perversité. C'est le Théorème de deRham. Mais la notion de perversité de Goresky-MacPherson est assez restrictive ; par exemple, dans ce théorème les strates de codimension un ne sont pas permises. M. Saralegui a considéré dans [ACL 12] des perversités quelconques et a montré que l'on a aussi un Théorème de deRham dans les sens suivants. Dans la direction cohomologie vers homologie, on a l'isomorphisme $\mathbb{H}^*_{\bar{p}}(X) = \mathbb{H}^{\bar{t}-\bar{p}}(X, X_{\bar{p}})$, où $X_{\bar{p}} = \bigcup_{\bar{p}(S)<0} \bar{S}$. Dans la direction homologie vers cohomologie, on a l'isomorphisme $\mathbb{H}_*^{\bar{p}}(X) = \mathbb{H}^*_{\max(\bar{0},\bar{t}-\bar{p})}(X)$.

Cohomologie d'intersection et feuilletages riemanniens singuliers. Dans la contrat quadriennal précédent M. Saralegui avait commencé l'étude d'un feuilletage riemannien singulier $(X, \mathcal{K})$ à l'aide de la cohomologie d'intersection basique (BIC). En particulier il s'est intéressé au problème de finitude de cette cohomologie et à la question de savoir si oui ou non la BIC vérifie la dualité de Poincaré. Le premier cas étudié a été celui où les feuilles de $\mathcal{K}$ sont compactes. Ici, l'espace de feuilles $X/\mathcal{K}$ est presque une pseudovariété stratifiée. M. Saralegui, en collaboration avec R. Wolak, prouve dans [ACL 13] que sa BIC est de dimension finie et vérifie la dualité de Poincaré $\mathbb{H}^*_{\bar{p}}(X/\mathcal{K}) = \mathbb{H}^{n-*}_{\bar{t}-\bar{p}}(X/\mathcal{K})$, où p est une perversité quelconque et $n = \dim X/\mathcal{K}$. Ils généralisent ensuite dans [ACL 28] le cas où $\mathcal{K}$ est donné par l'action isométrique d'un groupe de Lie compact abélien. Ils y utilisent le fait que chaque feuille possède un voisinage tordu (*twisted product*) dont la BIC est un produit. Finalement, ils généralisent ensuite ces résultats dans le cas où le groupe n'est pas abélien ([PRÉ 16]). Ici aussi, ils utilisent le fait que chaque feuille possède un voisinage tordu, mais dont la BIC n'est plus ici un produit.

Minimalité des feuilletages riemanniens. Un des premiers problèmes qui a attiré l'attention des spécialistes des feuilletages riemanniens a été celui de la caractérisation cohomologique des feuilletages riemanniens minimalisables. Après plusieurs tentatives par différents auteurs, X. Masa a montré que, pour un feuilletage riemannien $(M, \mathcal{F}, \mu)$ cette propriété géométrique est équivalente à l'une des trois propriétés cohomologiques suivantes.

(1) $\boldsymbol{\kappa} = 0$, où $\boldsymbol{\kappa} = [\kappa_\mu] \in H^1((M/\mathcal{F})$, et où κ_μ est la forme de courbure moyenne de la métrique quasi-fibrée μ ;

(2) $H^0_{\kappa_\mu}(M/\mathcal{F}) \neq 0$;

(3) $H^n_c(M/\mathcal{F}) \neq 0$, où $n = \operatorname{codim} \mathcal{F}$ et où le feuilletage $\mathcal{F}$ est transversalement orientable.

Mais ce résultat n'est valable que si la variété M est compacte : des contre-exemples existent dans la cas non compact.

M. Saralegui a entrepris, en collaboration avec J. I. Royo Prieto et R. Wolak, d'étendre le Théorème de Masa à des feuilletages riemanniens définis sur des variétés non compactes. Ils introduisent pour cela dans [ACL 51] la notion de $CERF$ (*Compactly Embeddable Riemannian Foliation*). Plus concrètement, soit $(M, \mathcal{F})$ un feuilletage riemannien ; un *zipper* de $(M, \mathcal{F})$ est une variété compacte N munie d'un feuilletage riemannien $\mathcal{H}$ tel que la variété M soit un ouvert saturé de N et $\mathcal{H}_M = \mathcal{F}$. Un *reppiz* de $\mathcal{F}$ est un ouvert saturé U de M tel que l'adhérence $\overline{U}$ (dans M) soit compacte, et tel que l'inclusion $U \hookrightarrow M$ induise l'isomorphisme $H^*(U/\mathcal{F}) = H^*(M/\mathcal{F})$. On dit que $(M, \mathcal{F})$ est un $CERF$ lorsque le zipper et le reppiz existent. En quelque sorte, la variété M n'est pas compacte, mais elle approchable, par l'intérieur et par l'extérieur, par des variétés compactes. M. Saralegui *et al.* ont montré ([ACL 51]) comment construire la classe $\boldsymbol{\kappa}$ pour un $CERF$ $(M, \mathcal{F})$ et ensuite que les trois propriétés (1), (2) et (3) caractérisent la minimalité de $\mathcal{F}$. Mais, bien entendu, un $CERF$ n'est pas une invention artificielle ; son introduction a été motivée par le résultat suivant. Considérons un feuilletage riemannien singulier $\mathcal{K}$ défini sur une variété compacte X ; ici, les feuilles sont de dimensions différentes ; quand on les regroupe par leur dimension, on obtient des sous-variétés de X munies de feuilletages riemanniens (réguliers) : ce sont les strates. Elles sont forcément non compactes (sauf celles de dimension minimale). M. Saralegui *et al.* montrent que toute strate de $(X, \mathcal{K})$ est un $CERF$; ils pouvent en conclure que les strates de

$(X, \mathcal{K})$ vérifient le Théorème de X. Masa ([ACL 51], [PRÉ 14]).

Puisque le feuilletage K est singulier, on dispose aussi de la cohomologie basique d'intersection. M. Saralegui *et al.* ont aussi montré qu'elle sert à détecter la minimalité des strates de $\mathcal{K}$; en fait, elle équivaut à $\mathbb{H}^n_{\bar{p}}(X/\mathcal{K}) = \mathcal{R}$ pour toute perversité $\bar{p} \leq \bar{t}$, où $n = \dim \mathcal{K}$ ([ACL 11], [PRÉ 15]).

Cohomologie d'intersection des actions de groupes de Lie compacts. Il est bien connu que, étant donnée une action libre du cercle sur un espace X, sa classe d'Euler entière détermine X. M. Saralegui et G. Padilla ont regardé le cas des actions non libres, dans un contexte plus modeste. Ils ont montré ([ACL 40]) que la classe d'Euler (réelle) et l'espace d'orbites $X/\mathbb{S}^1$ d'une action, non nécessairement libre, du cercle sur une pseudovariété stratifiée X déterminent, d'une part, la cohomologie d'intersection de l'espace X ; d'autre part, le type d'homotopie réelle de X. Ils ont aussi montré comment calculer la cohomologie d'intersection de X à partir de la cohomologie d'intersection de l'espace d'orbites $X/\mathbb{S}^1$. Ce travail a été continué par M. Saralegui, en collaboration avec J. I. Royo Prieto dans [PRÉ 13] en montrant que la classe d'Euler (réelle) de cette action et l'espace d'orbites $X/\mathbb{S}^1$ déterminent aussi la cohomologie d'intersection équivariante de X ; ils montrent aussi comment calculer la cohomologie d'intersection équivariante de X à partir de la cohomologie d'intersection de l'espace d'orbites $X/\mathbb{S}^1$.

Complexité topologique. P. Ghienne travaille en Topologie Algébrique, et s'intéresse plus particulièrement aux points suivants : localisation et genre de Mislin, applications fantômes et SNT-théorie, catégorie de Lusternik-Schnirelmann, ainsi qu'aux interactionsentre ces différents sujets.

Dans [ACL 16] et [PRÉ 5], il aborde, avec ses co-auteurs, le concept de *complexité topologique* d'un espace, notion récemment étudiée par M. Farber. Cet invariant homotopique mesure la difficulté pour un espace X donné de répondre au problème suivant, issu de la robotique : si l'on se donne une paire (a, b) de points de X, peut-on produire un chemin reliant ces deux points, et ce d'une manière continue suivant la variable (a, b) ? Cet invariant est très lié à la LS-catégorie de X.

Farber a montré que la complexité topologique des sphères impaires est 1 tandis que celle des sphères paires est 2. Dans [PRÉ 5], il introduit des "invariants de Hopf" appropriés au calcul de la complexité et montre, par exemple que la complexité topologique des suspensions ΣX vaut 1 ou 2 suivant la nullité de l'invariant de Hopf classique du crochet de Whitehead $\Sigma(X \wedge X) \to \Sigma X$.

Dans [ACL 16], il construit un modèle rationnel explicite pour le joint de deux fibrations, à partir de leur propre modèle. Ceci permet d'introduire une borne inférieure à la catégorie sectionnelle d'une fibration $p\colon E \to B$, qui peut être calculée à partir de tout modèle de Sullivan de p, et qui est plus proche de la catégorie sectionnelle de p que la borne inférieure classique donnée par la nilpotence du noyau de $p^*\colon H^*(B; \mathbb{Q}) \to H^*(E; \mathbb{Q})$. Dans le cas particulier de la fibration d'évaluation $X^I \to X \times X$, il obtient une borne inférieure de la complexité topologique de X. Il montre que la différence entre cette borne inférieure et la borne inférieure cohomologique classique peut être arbitrairement grande.

Réalisation des objectifs du projet scientifique précédent

- **Structure de l'équipe.**
  La Fédération de recherche CNRS Nord-Pas-de-Calais FR 2956 réunissant les quatre laboratoires de mathématiques du Nord-Pas-de-Calais (Lille 1, établissement principal, Artois (Lens), Littoral et Valenciennes) a été mise en place.

- **Recrutements.**
  Le poste de PRAG (départ à la retraite) que nous espérions voir transformé en poste de MCF l'a bien été, mais avec un redéploiement vers l'Informatique.
  Nous n'avons pas sû retenir N. Karpenko, membre junior de l'IUF (Algèbre), qui a été muté à Paris 6 en 2006. Son poste a été pourvu en 2007 par P. Lefèvre (Analyse Fonctionnelle), MCF dans notre laboratoire.
  Nous avons échangé le poste de MCF vacant de P. Lefèvre contre un poste de PR (sur lequel nous avons recruté en Analyse Fonctionnelle É. Matheron, MCF à Bordeaux 1, en 2008) : vu la petite taille du laboratoire, nous avons estimé nécessaire le recrutement d'un enseignant-chercheur confirmé, même si le ratio PR/ MCF était déjà important.

  L'IUFM Nord-Pas-de-Calais est devenu école interne de l'Université d'Artois début 2008 et en prévision, nous avons créé en 2007 une nouvelle équipe dans le laboratoire : Didactique et Histoire des Mathématiques. Les deux MCF recrutés par l'IUFM en 2007 (F. Brechenmacher et A.-C. Mathé) ont demandé leur rattachement à notre laboratoire. Les autres enseignants-chercheurs mathématiciens de l'IUFM ont souhaité rester rattachés à l'équipe DIDIREM de Paris 7, mais l'Artois est devenue établissement secondaire de cette équipe, et ces enseignants-chercheurs ont, pour la plupart, demandé à être associés à notre laboratoire.
  Pour 2008, trois postes étaient proposés par l'IUFM : deux postes de MCF sur lesquels nous avons recruté une didacticienne (C. Mangiante, Paris) et un historien-didacticien des Mathématiques (T. de Vittori, Brest) ; un poste PR, fléché Didactique et Histoire de Mathématiques par l'IUFM, qui n'a pas été pourvu, l'administrateur provisoire de l'IUFM ayant refusé le classement de l'historienne des Mathématiques proposé par la commission mixte et la CSE, arguant qu'elle était hors profil.

- **Échanges scientifiques.**
  - Nous avions souhaité continuer à organiser des rencontres nationales et internationales, et même en accroître le nombre.
    Cet objectif semble avoir été atteint : le mini-cours d'une semaine sur les formes quadratiques, qui a une large audience internationale, a été organisé à trois reprises (2006–2007–2008) ; un congrès d'Algèbre non commutative, d'une semaine, a été organisé (2007), en partenariat avec Amiens ; des journées (deux jours) de Topologie (mini-cours en 2006, en partenariat avec Lille 1 et Louvain ; 2007, en partenariat avec Lille 1) et d'Analyse Fonctionnelle (2007, en partenariat avec Lille 1, dans le cadre de la Fédération).
    Nous avons de plus fait des journées destinées à une audience plus large : *Un siècle d'enseignement des Mathématiques* (2005) ; *Regards historiques et didactiques sur les mathématiques*, Colloque franco-italien (2008) ; "exportation" de conférences du cycle de la SMF *Un texte, un mathématicien* : J.-C. Yoccoz, X. Viennot (2008).
  - Nous souhaitions augmenter le nombre d'invitations de chercheurs étrangers ou nationaux.
    Ce nombre d'invitations de chercheurs n'a pas augmenté de façon significative ; il est resté au même niveau que pendant le contrat précédent.
    Vu le nombre de membres du laboratoire et le budget dont il dispose, nous sommes sans doute arrivé à un maximum.
    Les mois d'invités sont une charge non négligeable pour le laboratoire, puisqu'il doit rembourser

à l'université les heures d'enseignements que ne peuvent assurer ces invités.

- **Bilan des projets scientifiques 2006–2009.**

  - **Équipe d'Algèbre.**

    Les travaux sur les formes quadratiques y ont apporté des avancées substantielles.

    Comme projeté dans le précédent contrat, l'étude du déploiement standard des formes bilinéaires en caractéristique 2 s'est concrétisée par les articles [ACL 31] et [PRÉ 8]. Dans cet esprit, viennent s'ajouter [PRÉ 6], [PRÉ 7] et [PRÉ 9]. Le travail concernant la caractérisation des formes quadratiques voisines singulières en caractéristique 2 a abouti à [ACL 24]. Le problème sur la structure du groupe de Witt non-ramifié du corps de fonctions d'une quadrique en caractéristique $\neq 2$ a connu des avancées, et fait actuellement l'objet d'un article en cours d'achèvement. Le livre sur les formes quadratiques en caractéristique 2 qui était en projet entre A. Laghribi et D. W. Hoffmann est en cours de rédaction.

    Les travaux sur les indices de Witt ([ACL 3]) et sur la dimension canonique des groupes ([ACL 4], [ACL 17], [ACL 19], [ACL 43]) ont aussi concrétisé le projet.

    Dans le précédent contrat, il était indiqué qu'un thème de recherche semblait prendre corps : l'étude de propriétés telles que "semi-commutativité, duo, 2-primal, ..." pour certains types d'extensions d'anneaux tels que "*corner rings*, extension de Ore,..." ; suite aux récents progrès qui ont été faits dans le domaine des extensions de Ore, qui sont des anneaux duos, A. Leroy s'est intéressé à la quasi dualité de ce type d'extensions ; de ces ces travaux en cours, un article est déjà paru ([ACL 46]).

    Il était aussi indiqué dans le précédent contrat que pour les fonctions symétriques non commutatives, un nouveau point de vue sur les travaux de Gelfand, Wilson,... était susceptible d'apporter des réponses à quelques questions encore ouvertes en ce moment. Il permet en tout cas dès à présent, d'éviter l'utilisation des quasi-déterminants. Ce travail est développé en ce moment par A. Leroy avec son étudiant en thèse Jonathan Delenclos (voir [ACL 34]). D'autres rш̧sultats se trouveront aussi dans la thèse de J. Delenclos, en cours de rédaction.

    Le thème des polynômes de Wedderburn a été développé et a conduit à l'article [ACL 47].

  - **Équipe d'Analyse Fonctionnelle.**

    Le projet d'étude des opérateurs de composition s'est largement concrétisé, à travers les articles [ACL 55], [ACL 56], [PRÉ 11], [ACL 57], [PRÉ 10], et la thèse d'E. Lavergne ([TH 1]). L'étude des ensembles minces s'est aussi largement poursuivie ([ACL 25], [ACL 32], [ACL 49], [ACL 58]). Beaucoup de ces travaux sont issus de la fructueuse collaboration avec L. Rodríguez-Piazza, de Séville, collaboration dont le contrat précédent prévoyait la poursuite.
    Si le projet de travailler avec S. Grivaux, chargée de recherche à Lille 1, sur les systèmes dynamiques linéaires ne s'est pas concrétisé, un groupe de travail très actif réunissant les Analystes fonctionnels de Lens, Lille 1 et Mons (Belgique) a été mis en place.
    Les travaux sur les fonctions de type strictement positif se sont concrétisés (voir [PRÉ 1]).

  - **Équipe de Géométrie.**

    - **Géométrie Algébrique.**

    Dans le précédent contrat, l'étude des courbes spectrales associées aux solutions KdV doublement périodiques par rapport au $(2d+1)$-ième flot de KP était envisagée. Les résultats de la thèse de doctorat de P. Flédrich (sous la direction de A. Treibich) étaient alors mentionnés ; il s'agissait de l'existence de surfaces de Riemann hyperelliptiques, donnant naissance à des solutions de l'équation KdV, doublement périodiques par rapport au 2-ième flot de KdV. Ces résultats on été revus en termes de surfaces algébriques, et améliorés, dans [ACL 29]. Ils ont ensuite été généralisés au cas d'un flot quelconque de la hiérarchie de KdV : les courbes spectrales donnant naissance à des solutions de la hiérarchie KdV, doublement périodiques par rapport au d-ième flot de KdV sont des revêtements hyperelliptiques d-osculateurs (voir [ACL 41], ainsi qu'un article qu'A. Treibich est en train de finir de rédiger).

• **Géométrie et Physique Mathématique.**

Dans le précédent contrat, [ACL 15] était annoncé comme un article soumis pour publication et la généralisation à d'autres groupes de Lie du formalisme qui y est développé, était citée comme un projet à explorer. Une partie de celui-ci est présentée dans [PRÉ 2].

• **Géométrie Différentielle et Topologie Algébrique.**

Dans le Contrat Quadriennal précédent, l'étude des feuilletages riemanniens singuliers avait été commencée à l'aide de la cohomologie d'intersection basique (BIC). En particulier, le problème de finitude de cette cohomologie et la question de savoir si oui ou non la BIC vérifie la dualité de Poincaré avait été abordés. Ces objectifs ont été atteints pour les cas où le feuilletage riemannien est à feuille compacte ([ACL 13]) ou bien lorsqu'il est défini par l'action d'un groupe de Lie compact abélien ([ACL 28]) ou non ([PRÉ 16]).
La minimalité des feuilletages riemanniens définis sur des variétés non compactes a été complètement caractérisée dans la cas où le feuilletage est en fait la strate régulière ([ACL 51]) ou singulière ([PRÉ 14]) d'un feuilletage riemannien singulier $\mathcal{H}$, défini lui sur une variété compacte X. Cette propriété a aussi été reliée avec la BIC de $(X, \mathcal{H})$ ([ACL 11] et [PRÉ 15]).

Conformément à notre projet, nous avons établi un modèle rationnel permettant le calcul de la complexité topologique rationnelle des espaces. Nous avons également introduit des invariants, dits de Hopf, appropriés au calcul de la complexité topologique. Ils permettent, par exemple, d'établir la valeur de la complexité topologique des suspensions. En revanche, concernant la généricité de la catégorie de Lusternik-Schnirelmann, les espoirs de contre-exemples ne se sont pas révélés pertinents.

Bilan d'auto-évaluation

Points forts.

1. Production mathématique globale soutenue et de qualité.
2. Organisation de manifestations scientifiques nombreuses, compte tenu de la taille du laboratoire, et variées ; le mini-cours annuel sur les formes quadratiques étant internationalement renommé.
3. Très bonne implantation régionale ; les relations entre les trois autres laboratoires de Mathématiques de la région étant concrétisée par la Fédération CNRS Nord-Pas-de-Calais, dont le renouvellement a été demandé.
4. Relations très suivies avec les universités de la région "élargie" : Louvain-la-Neuve (Belgique), Mons (Belgique), Picardie (Amiens).
5. Participation à divers GDR, et à un réseau européen.
6. Collaborations internationales.
7. Convention-cadre avec l'Uruguay ; projet ECOS-Nord.

Points faibles.

1. Taille très petite du laboratoire.
   – Les équipes sont réduites, parfois à un ou deux enseignants-chercheurs ;
   – Les charges administratives sont donc plus lourdes que dans un grand laboratoire.
2. Production insuffisante (selon la règle de deux publications ACL en 4 ans) de quelques membres du laboratoire, pourtant actifs, comme en témoignent leur prépublications, voire leurs publications, dans d'excellentes revues, mais qui, vu la taille du laboratoire, représentent un pourcentage non négligeable.
3. Absence de Mathématiques appliquées, mais il ne serait pas raisonnable, vu la taille du laboratoire, de créer une nouvelle équipe.
4. Encadrement doctoral faible.

2. Production scientifique depuis le 1^{er} janvier 2005

a. Articles parus dans des revues internationales à comité de lecture, répertoriées

Année 2005

[ACL 1] **E. Ed-dari**, *On the numerical index of Banach spaces*, Linear Algebra and Its Applications 403 (2005), 86–96.

[ACL 2] **E. Ed-dari** et M. A. Khamsi, *The numerical index of the L_p space*, Proceedings Amer. Math. Soc. 134 (2006), 2019–2025.

[ACL 3] **N. Karpenko**, *A relation between higher Witt indices*, Trudy Sankt-Peterburgskogo Matematicheskogo Obshchestva 11 (2005), 81–92 (en russe) ; *Traduction anglaise* : *A relation between higher Witt indices*, Proceedings of the St. Petersburg Mathematical Society Vol. XI, 77–86, *Amer. Math. Soc. Transl.* Ser. 2, 218, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 2006.

[ACL 4] **N. Karpenko**, *Canonical dimension of orthogonal groups*, Transform. Groups 10, no. 2 (2005), 211–215.

[ACL 5] **A. Laghribi**, *Witt kernels of function field extensions in characteristic* 2, J. Pure Appl. Algebra 199 (2005), 167–182.

[ACL 6] **A. Laghribi**, *Involutions en degré au plus* 4 *et corps des fonctions d'une quadrique en caractéristique* 2, Bull. Belg. Math. Soc. 12, no 2 (2005), 161–174.

[ACL 7] **P. Lefèvre**, *Some characterizations of weakly compact operators on H^∞ and on the disk algebra. Application to composition operators*, J. Operator Th. 54, no. 2 (2005), 229–238.

[ACL 8] **A. Leroy** et J. Matczuk, *Goldie conditions for Ore extensions over semiprime rings*, Algebras and Representation Theory 8 (2005), 679–688.

[ACL 9] **É. Matheron** et M. Zelený, *Rudin-like sets and hereditary families of compact sets*, Fund. Math. 185 (2005), 97–116.

[ACL 10] F. Bayart et **É. Matheron**, *Hyponormal operators, weighted shifts, and weak forms of supercyclicity*, Proc. Edinburgh Math. Soc. 48 (2005), 1–15.

[ACL 11] J. I. Royo Prieto, **M. Saralegui** et R. Wolak, *Top dimensional group of the basic intersection cohomology for singular riemannian foliations*, Bull. Polish Acad. Sci. 53 (2005), 429–440.

[ACL 12] **M. Saralegui**, *De Rham intersection cohomology for general perversities*, Illinois J. Math. 49 (2005), 737–758.

[ACL 13] **M. Saralegui** et R. Wolak, *The BIC of a conical fibration*, Mat. Zametki 77 (2005), 235–257 ; *Traduction* dans Math. Notes 77 (2005), 213–231.

Année 2006

[ACL 14] **F. Brechenmacher**, *A controversy and the writing of a history : the discussion of "small oscillations" (1760–1860) from the standpoint of the controversy between Jordan and Kronecker (1874)*, Bull. Belg. Math. Soc. 13 (2006), 941–944.

[ACL 15] **A. M. El Gradechi**, *The Lie theory of the Rankin-Cohen brackets and allied bi-differential operators*, Adv. Math. 207, no. 2 (2006), 484–531.

[ACL 16] L. Fernández Suárez, **P. Ghienne**, T. Kahl et L. Vandembroucq, *Joins of DGA modules and sectional category*, Algebraic and Geometric Topology 6 (2006), 119-144.

[ACL 17] J. Hurrelbrink, **N. Karpenko** et U. Rehmann, *The minimal height of quadratic forms of given dimension*, *Arch. Math.* (Basel) 87, no. 6 (2006), 522–529.

[ACL 18] **N. Karpenko**, *A bound for canonical dimension of the (semi-) spinor groups*, *Duke Math. J.* 133, no. 2 (2006), 391–404.

[ACL 19] **N. Karpenko** et A. S. Merkurjev, *Canonical p-dimension of algebraic groups*, *Adv. Math.* 205, no. 2 (2006), 410–433.

[ACL 20] D. W. Hoffmann et **A. Laghribi**, *Isotropy of quadratic forms over the function field of a quadric in characteristic* 2, *Journal of Algebra* 295 (2006), 362–386.

[ACL 21] **A. Laghribi**, *The norm theorem for totally singular quadratic forms*, *Rocky Mountain J. Math.* 36 (2006), 575–592.

[ACL 22] **A. Laghribi**, *Witt kernels of quadratic forms for purely inseparable multiquadratic extensions in characteristic* 2, *Proc. Amer. Math. Soc.* 134 (2006), 2481–2486.

[ACL 23] **A. Laghribi** et **P. Mammone**, *On the norm theorem for semisingular quadratic forms*, *Indag. Mathem. N.S.* 17 (2006), 599–610.

[ACL 24] **A. Laghribi** et **P. Mammone**, *Une note sur les formes quadratiques voisines en caractéristique* 2, *Bull. Belg. Math. Soc.* 13 (2006), 733–738.

[ACL 25] **P. Lefèvre** et L. Rodríguez-Piazza, *The union of Riesz set and a Lust-Piquard set is a Riesz set*, *Journal Funct. Analysis* 233, no. 2 (2006), 545–560.

[ACL 26] **A. Leroy** et J. Matczuk, *Ore Extensions Satisfying a Polynomial Identity*, *Journal of Algebra and Its Applications* 5 (3) (2006), 287–306.

[ACL 27] **É. Matheron**, S. Solecki et M. Zelený, *Trichotomies for ideals of compact sets*, *J. Symbolic Logic* 71, no. 2 (2006), 586–598.

[ACL 28] **M. Saralegui** et R. Wolak, *The BIC of a singular foliation defined by an abelian group of isometries*, *Ann. Polon. Math.* 89 (2006), 203–246.

[ACL 29] **P. Flédrich** et **A. Treibich**, *Hyperelliptic osculating covers and KdV solutions periodic in t*, *Int. Math. Res. Notices*, volume 2006, Number 5 (2006) 1–17.

Année 2007

[ACL 30] **F. Brechenmacher**, *L'identité algébrique d'une pratique portée par la discussion sur l'équation à l'aide de laquelle on détermine les inégalités séculaires des planètes (1766–1874)*, *Sciences et Techniques en Perspective, IIe série*, fasc. 1 (2007), 5–85.

[ACL 31] **A. Laghribi**, *Sur le déploiement des formes bilinéaires en caractéristique* 2, *Pacific J.Math.* 232, No. 1 (2007), 207–232.

[ACL 32] **P. Lefèvre** et L. Rodríguez-Piazza, *On the structure of spaces of uniformly convergent Fourier series*, *Math. Ann.* 338, No. 1 (2007), 11–31.

[ACL 33] **P. Lefèvre**, **D. Li**, H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza, *Opérateurs de composition sur les espaces de Hardy-Orlicz*, *C. R. Acad. Sci. Paris, Sér. I* 344 (2007), 5–10.

[ACL 34] **J. Delenclos** et **A. Leroy**, *Noncommutative symmetric functions and W-polynomials*, *Journal of Algebra and its Applications* 6, No. 5 (2007), 815–837.

[ACL 35] F. Bayart et **É. Matheron**, *Construction d'opérateurs hypercycliques ne vérifiant pas le critère d'hypercyclicité*, *C. R. Acad. Sci. Paris* 344 (2007), 231–234.

[ACL 36] F. Bayart et **É. Matheron**, *How to get common universal vectors*, Indiana Univ. Math. *Journal* 56, no. 2 (2007), 553–580.

[ACL 37] F. Bayart et **É. Matheron**, *Hypercyclic operators failing the hypercyclicity criterion on classical Banach spaces*, *J. Funct. Anal.* 250, no. 2 (2007), 426–441.

[ACL 38] R. Deville et **É. Matheron**, *Infinite games, Banach space geometry and the Eikonal equation*, *Proc. London Math. Soc.* 95, no. 1 (2007), 49–68.

[ACL 39] **É. Matheron** et M. Zelený, *Descriptive set theory and families of small sets*, Bull. Symbolic *Logic* 13, no. 4 (2007), 482–537.

[ACL 40] G. Padilla et **M. Saralegui**, *Intersection cohomology of the circle actions*, Topology and its *Applications* 254 (2007), 2764–2770.

[ACL 41] **A. Treibich**, *Revêtements hyperelliptiques d-osculateurs et solitons elliptiques de la hiérarchie KdV*, *C. R. Acad. Sci. Paris, Série I* 345 (2007), 213-218.

Année 2008

[ACL 42] **F. Brechenmacher**, *La controverse de 1874 entre Camille Jordan et Leopold Kronecker*, *Revue d'Histoire des Mathématiques* 13, fasc. 2 (2008), 90 pages.

[ACL 43] **N. Karpenko**, *Canonical dimension of (semi-)spinor groups of small ranks*, Pure Appl. Math. *Q.* 4 (2008), no. 4 (Jean-Pierre Serre special issue, part I), 1033–1039.
Preprint version : Preprint of the Max-Planck-Institut für Mathematik MPIM 2005-109 (December 2005).

[ACL 44] **E. Lavergne**, *Reflexive subspaces of some Orlicz spaces*, *Colloq. Math.* 113 (2008), 333–340.

[ACL 45] **P. Lefèvre**, **D. Li**, H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza, *Weak compactness and Orlicz spaces*, *Colloq. Math.* 112 (2008), 23–32.

[ACL 46] **A. Leroy**, J. Matczuk et E. Puczylowski, *Quasi duo skew polynomial rings*, *J. Pure Appl. Algebra* 212, No. 8 (2008), 1951–1959.

[ACL 47] T. Y. Lam, **A. Leroy** et A. Ozturk, *Wedderburn polynomials over division rings, II*, Proceedings of a conference held in Chennai at the Ramanujan Institute (Inde), *Contemp. Math.* 456 (2008), 73–98.

[ACL 48] F. Bayart, C. Finet, **D. Li** et H. Queffélec, *Composition operators on the Wiener-Dirichlet algebra*, *J. Operator Th.* 60 (2008), 45–70.

[ACL 49] **D. Li**, H. Queffélec et L. L. Rodríguez-Piazza, *On some random thin sets of integers*, Proc. *Amer. Math. Soc.* 136 (2008), 141–150.

[ACL 50] F. Bayart, P. Moreau et **É. Matheron**, *Small sets and hypercyclic vectors*, Comment. Math. *Univ. Carolinae* 49, no 1 (2008), 53–65.

[ACL 51] J. I. Royo Prieto, **M. Saralegui** et R. Wolak, *Tautness for riemannian foliations on non-compact manifolds*, Manuscripta math. 126 (2008), 177–200.

[ACL 52] **P. Lefèvre**, **D. Li**, H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza, *A criterion of weak compactness for operators on subspaces of Orlicz spaces*, Journal of Function Spaces and Applications 6, No. 3 (2008), 277–292.

Articles acceptés pour publication

[ACL 53] **F. Brechenmacher**, *Nouveaux regards sur l'histoire de l'algèbre linéaire*, La gazette des *mathématiciens*, *à paraître*, accepté le 12.4.2008, 30 pages.

[ACL 54] **T. de Vittori**, *La géométrie de Francesco Patrizi*, Revue d'Histoire des Mathématiques, *à paraître.*

[ACL 55] **P. Lefèvre**, **D. Li**, H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza, *Composition operators on Hardy-Orlicz spaces*, *à paraître* dans *Memoirs Amer. Math. Soc.*

[ACL 56] **P. Lefèvre**, **D. Li**, H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza, *Some examples of compact composition operators on* H^2, 27 pages, *à paraître* dans *Journal Funct. Anal.* (2008), doi :10.1016/j.jfa.2008.06.027

[ACL 57] **P. Lefèvre**, *Essential norms of weighted composition operators on the space* $\mathcal{H}^\infty$ *of Dirichlet series*, *à paraître* dans *Studia Math.*

[ACL 58] **P. Lefèvre** et L. Rodríguez-Piazza, *Invariant means and thin sets in harmonic analysis. An application with prime numbers*, *à paraître* dans *J. London Math. Soc.*

[ACL 59] S. K. Jain et T. Y. Lam et **A. Leroy**, *Ore extensions and* V*-domains*, Proceedings of the conference held in Zannesville in honour of B. Osofsky and C. Faith, *à paraître* dans *AMS Contemporary Math.*

Prépublications

[PRÉ 1] **F. Derrien**, *Strictly positive definite functions on the real line*, prépublication, **soumis**.

[PRÉ 2] **A. M. El Gradechi**, *Tensor products of discrete series representations of the Jacobi group and Rankin–Cohen brackets for Jacobi forms*, **soumis**.

[PRÉ 3] L. Gruson, **A. El Mazouni**, *Variété des points infiniment voisins de l'espace*, prépublication, **soumis**.

[PRÉ 4] **A. El Mazouni**, F. Laytimi et D. S. Nagaraj, *Morphisms from* $\mathbb{P}^2$ *to* $Gr(2, \mathbb{C}^4)$, *prépublication*, Prépublications de l'Université d'Artois 2008-02.

[PRÉ 5] L. Fernández Suárez, **P. Ghienne**, T. Kahl et L. Vandembroucq, *Topological complexity of suspensions*, *prépublication* 2005.

[PRÉ 6] **A. Laghribi**, *Jacobson's theorem for bilinear forms in characteristic* 2, **soumis**.

[PRÉ 7] **A. Laghribi** et **P. Mammone**, *Hyper-Isotropy of bilinear forms in characteristic* 2, **soumis**.

[PRÉ 8] **A. Laghribi** et Ulf Rehmann, *On bilinear forms of height* 2 *and degree* 1 *or* 2 *in characteristic* 2, **soumis**.

[PRÉ 9] **A. Laghribi**, *Un complément au* ν*-invariant en caractéristique* 2, **soumis**.

[PRÉ 10] **P. Lefèvre**, *Generalized essential norm of weighted composition operators on some uniform algebras of analytic functions*, **soumis**.

[PRÉ 11] **P. Lefèvre**, **D. Li**, H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza, *Compact composition operators on* H^2 *and Hardy-Orlicz spaces*, 17 pages, **soumis**

[PRÉ 12] F. Bayart et **É. Matheron**, *(Non-)weakly mixing operators and hypercyclicity sets*, **soumis**

[PRÉ 13] J. I. Royo Prieto et **M. Saralegui**, *Equivariant intersection cohomology of the circle actions*, *prépublication* 2008.

[PRÉ 14] J. I. Royo Prieto, **M. Saralegui** et R. Wolak, *Cohomological tautness for riemannian foliations*, **soumis**

[PRÉ 15] J. I. Royo Prieto, **M. Saralegui** et R. Wolak, *Cohomological tautness for singular riemannian foliations*, *prépublication* 2008.

[PRÉ 16] **M. Saralegui** et R. Wolak, *The Poincaré Duality for a Killing Foliation*, *prépublication* 2008.

[PRÉ 17] **A. Treibich**, *Hyperelliptic d-osculating covers*, *prépublication*.

[PRÉ 18] **P. Lefèvre**, **D. Li**, H. Queffélec et L. Rodríguez-Piazza, *Thin sets of integers in Harmonic analysis and p-stable random Fourier series*, *en préparation*.

Articles dans des revues sans comité de lecture

[ASCL 1] **F. Brechenmacher**, *Regards croisés sur Camille Jordan*, *Matapli* 78 (2006), 57–67.

[ASCL 2] **C. Mangiante**, *Étude de la formation des pratiques à travers l'étude d'un scénario de formation*, *Grand N*, IREM de Grenoble (2008).

Conférences données à l'invitation du Comité d'organisation dans un congrès national ou international

[INV 1] **P. Lefèvre**, *Espaces invariants par translation contenant* c_0, *Journée en l'honneur de Myriam Déchamps*, Université Paris-Sud, Orsay, 28 janvier 2005.

[INV 2] **A. Laghribi**, *Witt kernels of quadratic forms for some field extensions in characteristic 2*, *Algebraic K-theory, linear algebraic groups and related structures*, Midterm review of RTN Network HPRN-CT-2002-00287, Universität Bielefeld (Allemagne), février 2005.

[INV 3] **N. Karpenko**, *Canonical dimension of the spinor group*, *Workshop on Applications of Torsors to Galois Cohomology and Lie Theory*, Banff International Research Station, Canada (23–28 avril 2005).

[INV 4] **F. Brechenmacher**, *A controversy and the writing of a history : the discussion of "small oscillations" (1760-1860) from the standpoint of the controversy between Jordan and Kronecker (1874)*, *Joint BeNeLuxFra Conference in Mathematics*, Joint meeting of the Belgian (BMS), DUTCH (KWG), Luxembourg and French (SMF) Mathematical societies, Gand (20–22 mai 2005).

[INV 5] **A. M. El Gradechi**, *Théorie de Lie des crochets de Rankin–Cohen*, *Journée de quantification équivariante*, Université d'Aix-Marseille 2, Luminy (juin 2005).

[INV 6] **N. Karpenko**, *Splitting patterns and algebraic cycles*, deux exposés, *Workshop From Quadratic Forms to Linear Algebraic Groups*, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse (25–29 juillet 2005).

[INV 7] **N. Karpenko**, *Outer excellent connections*, *Workshop on Quadratic Forms, Linear Algebraic Groups and Related Topics*, University of Nottingham, Grande-Bretagne (12–16 septembre 2005).

[INV 8] **T. de Vittori**, *La géométrisation du lieu et l'espace géométrique : Alhazen et la question du lieu*, *Journées d'Études Penser l'Espace*, Maison des Sciences de l'Homme, Paris (2006).

[INV 9] **A. Treibich**, *Solutions of the KdV hierarchy, doubly periodic with respect to the d-th flow* ($d > 1$)*, and their spectral curves*, *Geometry and Integrability in Mathematical Physics GIMP'06*, Universitщ Indépendante de Moscou, Russie (15–19 mai 2006).

[INV 10] **P. Lefèvre**, *Ensembles minces d'entiers : au carrefour de plusieurs domaines des Mathématiques*, *Journée d'inauguration de l'école doctorale des Universités francophones belges*, Louvain-la-Neuve (8 juin 2006).

[INV 11] **A. Laghribi**, *On the splitting of bilinear forms in characteristic* 2, *Quadratic forms and linear algebraic groups*, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach (Allemagne), juin 2006.

[INV 12] **E. Matheron**, *Hypercyclicity and linear chaos*, *workhop*, Oberwolfach (août 2006).

[INV 13] **A. Laghribi**, *On the norm theorem for singular quadratic forms*, *Banff International Research Station* (Canada), septembre 2006.

[INV 14] **P. Lefèvre**, *Critères de compacité faible dans certains espaces de fonctions*, *Journées du GDR 2753 Analyse Fonctionnelle et Harmonique et Applications*, Lille (11–14 septembre 2006)

[INV 15] **D. Li**, *Opérateurs de composition dans les espaces de Hardy-Orlicz*, *Journées du GDR 2753 Analyse Fonctionnelle et Harmonique et Applications*, Lille (11–14 septembre 2006)

[INV 16] **A. Leroy**, *Wedderburn polynomials and their applications*, *Congrès international à Chennai* (Madras, Inde, décembre 2006).

[INV 17] **É. Matheron**, *Can "frequently" hypercyclic operators fail the Hypercyclicity Criterion ?*, *Premier Congrès Franco-Espagnol*, Saragosse, Espagne (9–13 juillet 2007).

[INV 18] **M. Saralegui-Aranguren**, *Tautness on singular riemannian foliations*, *Premier Congrès Franco-Espagnol*, Saragosse, Espagne (9–13 juillet 2007).

[INV 19] **A. Treibich**, *On the existence of solutions to the KdV hierarchy, doubly periodic in one of the variables*, *Premier Congrès Franco-Espagnol*, Saragosse, Espagne (9–13 juillet 2007).

[INV 20] **F. Brechenmacher**, *Sur l'équation à l'aide de laquelle on détermine les inégalités séculaires des planètes*, *Workshop on Mathematical Aspects of Celestial Mechanics*, Observatoire de Paris-Institut Henri Poincaré (11–20 дщcembre 2007).

[INV 21] **A. Laghribi**, *Hyper-Isotropy of bilinear forms in characteristic* 2, *Algebraic and arithmetic theory of quadratic forms*, Lac Llanquihue, sud du Chili, décembre 2007.

[INV 22] **A. Laghribi**, *Un complément au ν-invariant en caractéristique* 2, *Deuxième congrès Canada-France*, Université du Québec à Montréal (Canada), juin 2008.

[INV 23] **A. Leroy**, *Polynomial maps in one and itwo non commutative variables over division rings*, Ohio University Athens, Ohio (USA), juin 2008.

Communications avec actes dans un congrès national ou international

[ACT 1] **T. de Vittori**, *La géométrisation du lieu et l'espace géométrique : Alhazen et la question du lieu*, Actes des Journées Inventer l'Espace, MSH Paris (2006).

[ACT 2] **A. Laghribi**, *On the splitting of bilinear forms in characteristic* 2, *Oberwolfach Reports* Volume 3, numéro 3, (2006).

[ACT 3] **C. Mangiante**, *Étude de la formation des pratiques à travers l'étude d'un scénario de formation*, *Actes du XXXIIIème colloque de la COPIRELEM*, Dourdan (2006).

[ACT 4] **E. Matheron**, *Hypercyclicity and linear chaos*, *workhop*, Oberwolfach (Août 2006).

[ACT 5] **T. de Vittori**, *Philosophie et philosophie spontanée du professeur de mathématiques*, *Journées ReForEHST*, Caen (2007).

[ACT 6] **C. Mangiante**, *Liens entre formation professionnelle et recherche : l'étude d'un scénario de formation centrée sur l'analyse des pratiques*, *Actes du Colloque CDIUFM : Qu'est-ce qu'une formation professionnelle universitaire des enseignants ? Enjeux et pratiques*, IUFM Nord-Pas de Calais, Arras (2007).

[ACT 7] **C. Mangiante**, *Étude de la formation des pratiques chez des enseignants débutants à travers leur analyse de l'activité des élèves et de leurs apprentissages en mathématiques*, *Actes du colloque international Pôle Nord Est des IUFM : Les effets des pratiques enseignantes sur les apprentissages des élèves*, Besançon (2007).

[ACT 8] T. Barrier et **A. C. Mathé**, *Jeux et enjeux de langage dans la construction d'un vocabulaire spécifique et de références partagées en géométrie en cycle 3*, *Actes de la XIV EME École d'Été de Didactique des Mathématiques*, Villeneuve-sur-Lot (2007) *à paraître.*

[ACT 9] **T. de Vittori**, *Philosophie des mathématiques et formation des professeurs stagiaires*, Actes IV Jordana Ensenyament, Societat Catalana d'Història de la Ciència i de la Tècnica, Barcelona, Espagne (2008).

[ACT 10] **F. Brechenmacher**, *L'articulation lettre-tableau dans l'élaboration du caractère opératoire de la représentation matricielle (1850–1930)*, *17ème Colloque inter-IREM Épistémologie et histoire des mathématiques, Archives Henri Poincaré*, Nancy, 23–24 mai 2008.

[ACT 11] **T. de Vittori**, *La caractéristique géométrique de G. W. Leibniz*, *Colloque inter-IREM*, Nancy (mai 2008).

[ACT 12] **C. Mangiante**, *Une étude de la formation des pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques*, *15e Congrès international de l'AMSE-AMCE-WAER*, Marrakech (2008).

[ACT 13] **F. Brechenmacher**, *Les motivations complexes à l'origine d'une « théorie algébrique »chez Gaston Darboux (1874)*, *Congrès de Paris 2008, Société Française d'Histoire des Sciences et des Techniques*, Paris, 4–6 septembre 2008, session « Histoire des mathématiques ».

[ACT 14] **F. Brechenmacher**, *Insérer une perspective historique dans l'enseignement des mathématiques à destination des futurs professeurs des écoles, collèges et lycées*, *Congrès de Paris 2008, Société Française d'Histoire des Sciences et des Techniques*, Paris, 4–6 septembre 2008, session « Histoire des sciences et des techniques et enseignement ».

[ACT 15] **F. Brechenmacher**, *A memoir published in Vienna by Eduard Weyr (1890) : cultural issues in algebraic styles and practices*, *3rd International Conference of the European Society for the History of Science*, Vienne, Austrian Academy of Sciences, 10–12 septembre 2008.

[ACT 16] **T. de Vittori**, *Trainee-teachers' and students' views on mathematics : the question of an education in epistemology and history of science*, *3rd International Conference of the European Society for the History of Science*, Vienne (septembre 2008).

[ACT 17] **T. de Vittori**, *The closure of Francesco Patrizi da Cherso's Nuova Geometria : the definition of the triangle*, *3rd International Conference of the European Society for the History of Science*, Vienne (septembre 2008).

Communications sans actes dans un congrès national ou international

[COM 1] **F. Brechenmacher**, *On the identity of a theorem throughout history : a history of the Jordan canonical form (1870–1930)*, *XXIIe congrès international d'histoire des sciences*, Pékin (août 2005).

Lauréat de la bourse octroyée par le comité national français d'histoire et de philosophie des sciences (17 avril 2005).

[COM 2] **F. Brechenmacher**, *On the fluency of a mathematical notion. Forms in Algebra in the 19th century. 16th Novembertagung on the History of Mathematics*, École Normale Supérieure, Paris, 4–6 novembre 2005.

[COM 3] **T. de Vittori**, *L'espace en géométrie*, *Journée Lieu, espace et vide*, CHSPAM, Villejuif (2005).

[COM 4] **É. Matheron**, *École d'hiver d'Analyse réelle*, Université Charles, Prague, République Tchèque (2005)

[COM 5] **T. de Vittori**, *La distance : de la mesure à la relation*, *Colloque La mesure des longueurs*, IREM Brest–Université de Bretagne Occidentale (2006).

[COM 6] **T. de Vittori**, *La forme des figures : entre philosophie et mathématiques*, *Cycle Histoires des sciences et des techniques* IREM Brest–Université de Bretagne Occidentale (2006).

[COM 7] **C. Mangiante**, *Étude de la cohérence en germe dans les pratiques d'enseignants novices puis débutants*, *Séminaire Jeunes Chercheurs DIDIREM*, Paris (2006).

[COM 8] **É. Matheron**, *École d'hiver d'Analyse r̂eelle*, Université Charles, Prague, République Tchèque (2006)

[COM 9] **C. Mangiante**, *Étude de la formation des pratiques à travers l'analyse des effets d'un scénario de formation*, *Séminaire des Jeunes Chercheurs, DIDIREM*, Paris (2007).

[COM 10] **T. de Vittori**, *La géométrie de Francesco Patrizi*, *Conférence UBO–IUFM Brest-Quimper* (2008).

[COM 11] **T. de Vittori**, *Al-Sijzi et le tracé continu des coniques*, Colloque Instruments en mathématiques, IREM Brest (2008).

[COM 12] **T. de Vittori**, *Francesco Patrizi, mathématicien ?*, Centre François Viète, Nantes (2008).

[COM 13] **T. de Vittori**, *L'image dans le texte scientifique, De la géométrie sans figure, est-ce possible ? L'exemple de la Caractéristique Géométrique de G. W. Leibniz*, Les Nouvelles Journées de l'ERLA No 9, Université de Bretagne Occidentale, Brest (2008).

[COM 14] **T. de Vittori**, *Efficacité d'une formation des maîtres en épistémologie et histoire des sciences : pour une analyse didactique*, Colloque efficacité et équité en éducation, Rennes (2008).

[COM 15] **C. Mangiante**, *Une étude de la genèse des pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques*, Séminaire DEASL, Bordeaux (2008).

Communications dans des séminaires à l'étranger

[SEM 1] **A. Laghribi**, *Witt kernels of quadratic forms for some field extensions*, Séminaire Algebra, Topology and Geometry à l'ETH Zürich, Suisse (janvier 2005).

[SEM 2] **A. Leroy**, *Wedderburn polynomials*, Université de Varsovie, Pologne (février 2005).

[SEM 3] **M. Saralegui-Aranguren**, *Cohomología básica de foliaciones riemannianas*, Université du País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea, Espagne (février 2005).

[SEM 4] **A. Leroy**, *Ore extensions of division rings, cours*, Ohio University Athens, Ohio, USA (avril 2005).

[SEM 5] **N. Karpenko**, *Dimension p-canonique*, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse (24 mai 2005).

[SEM 6] **N. Karpenko**, *Die kanonische Dimension algebraischer Varietäten*, Mathematisches Kolloquium, Universität Bielefeld, Allemagne (16 juin 2005).

[SEM 7] **N. Karpenko**, *Canonical dimension of algebraic varieties*, Oberseminar, Max-Planck-Institut für Mathematik in Bonn, Allemagne (30 juin 2005).

[SEM 8] **P. Lefèvre**, *Three brothers in the family of Banach spaces : C, A, U*, Seminario de Análisis Matemático, Universidad de Sevilla, Espagne (7 novembre 2005).

[SEM 9] **N. Karpenko**, *Canonical dimension of algebraic varieties*, Oberseminar, Universität Essen, Allemagne (29 novembre 2005).

[SEM 10] **M. Saralegui-Aranguren**, *The BIC of a singular foliation defined by an abelian group of isometries*, FNRS Contact group in Differential geometry, Bruxelles, Belgique, (décembre 2005).

[SEM 11] **A. Leroy**, *Quasi duo rings*, Ohio University Athens, Ohio, USA (avril 2006).

[SEM 12] **N. Karpenko**, *Canonical dimension of algebraic groups*, Universität Bielefeld, Allemagne (13 juin 2006).

[SEM 13] **N. Karpenko**, *Canonical dimension of spinor groups*, Mathematisches Forschungsinstitut Oberwolfach, Allemagne (29 juin 2006).

[SEM 14] **P. Lefèvre**, *Some characterizations of weakly compact operators on some function spaces*, Seminario de Análisis Matemático, Universidad de Sevilla, Espagne (20 septembre 2006).

[SEM 15] **A. Leroy**, *Non-commutative symmetric functions*, Université de Varsovie, Pologne (février 2007).

[SEM 16] **M. Saralegui-Aranguren**, *Formas perversas : espacios de órbitas, espacios de hojas*, Seminario Iberoamericano de Matemáticas, Tordesilla, Espagne (avril 2007).

[SEM 17] **D. Li**, *Composition operators on Hardy-Orlicz spaces I*, Seminario de Análisis Matemático, Universidad de Sevilla, Espagne (17 avril 2007).

[SEM 18] **D. Li**, *Composition operators on Hardy-Orlicz spaces II*, Seminario de Análisis Matemático, Universidad de Sevilla, Espagne (20 avril 2007).

[SEM 19] **A. Laghribi**, *Le ν-invariant d'un corps de caractéristique* 2, Séminaire d'Algèbre Lens-Louvain, Belgique (mars 2008).

[SEM 20] **M. Saralegui-Aranguren**, *Sobre la Conjetura de Poincaré*, *Un paseo por las Matemáticas* Université du País Vasco-Euskal Herriko Unibertsitatea, Espagne (avril 2008).

Ouvrages scientifiques

[OS 1] **F. Brechenmacher**, *Algebraic generality vs arithmetic generality, the controversy between C. Jordan and L. Kronecker (1874)*, *Perspectives on generality*, K. Chemla (ed.), accepté le 12/2/2008, 30 pages.

[OS 2] **T. de Vittori**, *Démarche d'investigation en mathématiques : réflexion sur une formation épistémologique des professeurs stagiaires*, in Ouvrage collectif ReForEHST sur la démarche d'investigation et l'enseignement des sciences (titre exact à venir), *à paraître* (2008).

[OS 3] **A. Laghribi**, *Un aperçu sur les formes quadratiques en caractéristique* 2, Appendice à un livre rédigé par Bruno Kahn, *à paraître* dans *Cours Spécialisés de la SMF*, 47 pages.

[OS 4] **A. C. Mathé**, *Élaboration d'une référence partagée : un exemple en géométrie des solides en classe de CM1–CM2*, *Jeux et enjeux de langage dans l'élaboration des savoirs*, V. Durand-Guerrier, J. L. Héraud, C. Tisseron (coord.) , P. U. L., 2006.

Ouvrages de vulgarisation

[OV 1] **F. Brechenmacher**, *Les matrices : formes de représentations et pratiques opératoires (1850-1930)*, 65 pages, *Site expert des Ecoles Normales Supérieures et du Ministère de l'Éducation Nationale* (2006), http ://www.dma.ens.fr/culturemath/

[OV 2] **T. de Vittori**, *Transformations géométriques : figures et mouvement*, *Cahiers ReForEHST, outils historiques et pцdagogiques p destination des professeurs du secondaire*, Vuibert et Magnard (2009), *à parître.*

[OV 3] **T. de Vittori**, *Des figures à l'espace* (recherche d'éditeur en cours).

Autres publications

[AP 1] **A. C. Mathé**, *Jeux et enjeux de langage dans la construction d'un vocabulaire de géométrie spécifique et partagé en cycle 3 – Analyse de la portée des jeux de langage dans un Atelier de géométrie en cycle 3 et modélisation des gestes de l'enseignant en situation*, Thèse, Université Lyon 1 (2006).

[AP 2] **C. Mangiante**, *Une étude de la genèse des pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques : prédétermination et développement*, Thèse de Didactique des Mathématiques, Université de Paris 7 (2007).

Thèses soutenues

[TH 1] **E. Lavergne**, *Contributions à l'étude des opérateurs de composition et des espaces d'Orlicz*, soutenue le 21.12.2007.

Habilitation soutenue

[HAB 1] **P. Lefèvre**, soutenue le 13.12.2006.

3. Enseignement et formation par la recherche, information et culture scientifique et technique

Membres de l'unité responsables de formations
- P. Lefèvre : parcours Mathématiques de la Licence Math-Info ;
- M. Saralegui-Aranguren : Master 1 Mathématiques, depuis 2007, en remplacement de D. Li.

Les membres du laboratoire participent régulièrement aux cours du Master 2 *Mathématiques Fondamentales* co-habilité régionalement :
- N. Karpenko (2004–2005) ;
- A. Leroy (2005–2006) ;
- P. Ghienne (2006–2007) ;
- P. Lefèvre et D. Li (2007–2008).

Les mini-cours :
- d'Algèbre sur les Formes Quadratiques (2006–2007–2008)
- de Topologie Algébrique (2007)

étaient principalement destinés à de jeunes chercheurs (doctorants ou post-doctorants).

Diffusion de l'information et de la culture scientifique et technique

Les conférences

- *Un siècle d'enseignement des Mathématiques* (Lens, 7 mai 2005)
- *Un texte, un mathématicien* : J.-C. Yoccoz, *Une erreur féconde du mathématicien Henri Poincaré* (Lens, jeudi 27 mars 2008)
- *Regards historiques et didactiques sur les mathématiques*, Colloque franco-italien (Lens, 17 mai 2008)
- *Un texte, un mathématicien* : X. Viennot, *D'une lettre oubliée d'Euler (1707-1783) à la combinatoire et à la physique contemporaine* (Lens, jeudi 12 juin 2008)

étaient destinées à un large public.

4. Action de formation permanente des personnels de l'unité

Sans objet.

5. Hygiène et sécurité

Sans objet.

6. Ethique

Sans objet.